

Optimierungsstrategien für Parabolschalen zur Solarstrahlenkonzentration aus Hochleistungsbeton

vorgelegte
Dissertation

zur

Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

der

Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften der
Ruhr-Universität Bochum

von

Dipl.-Ing. Patrick Forman

Bochum, im April 2016

Tag der Einreichung: 19.04.2016

Tag der mündlichen Prüfung: 18.07.2016

1. Fachgutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Mark

2. Fachgutachter: Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell

Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau

Herausgeber:
Geschäftsführender Direktor des
Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau
Ruhr-Universität Bochum

Heft 2016-6

Patrick Forman

**Optimierungsstrategien für Parabolschalen
zur Solarstrahlenkonzentration
aus Hochleistungsbeton**

Shaker Verlag
Aachen 2016

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Bochum, Univ., Diss., 2016

Coverbild: Christian Hamm

Copyright Shaker Verlag 2016

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-4903-9

ISSN 1614-4384

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Zusammenfassung

In der Arbeit werden Optimierungsstrategien hergeleitet, welche im Sinne einer hierarchisch aufgebauten Strukturoptimierung auf mehreren Betrachtungsebenen (Konzept-, Tragwerks- und Detailebene) angelegt sind. Wesentliche Entwicklungen erfolgen auf konzeptioneller und struktureller Ebene, wobei sowohl direkte als auch stochastische Optimierungsmethoden angewandt werden. Die Optimierung ist an die restriktiven und stark spezifischen Randbedingungen von Unterkonstruktionen für Parabolrinnen solarthermischer Kraftwerke aus Hochleistungsbeton angepasst. Dabei besteht der Anspruch sowohl an eine massenminierte Struktur zur Reduzierung des materialbedingten monetären Aufwands als auch hoher Steifigkeit zur Sicherstellung der optischen Wirksamkeit, welche sich maßgeblich auf die Effizienz eines solarthermischen Kraftwerks auswirkt.

Die optische Wirksamkeit ist definiert als Verhältnis der absorbierten zur einfallenden direkten Solarstrahlung und hängt daher von der Formbeständigkeit der Reflektoroberfläche ab. Ein aus den Oberflächenverformungen abgeleitetes Wirksamkeitskriterium, welches die reflektierte Solarstrahlung in Abhängigkeit ihres Winkelfehlers wichtet, dient der Vorhersage der optischen Wirksamkeit.

Zur Bestimmung der Verformungen werden Modellansätze für die spezifischen Beanspruchungen und materiell- sowie herstellungsbedingte Formabweichungen hergeleitet. Dafür kommen sowohl analytische, experimentelle als auch numerische Verfahren zum Einsatz. Da Parabolrinnenkollektoren einachsiger Sonne nachgeführt werden, sind die spezifischen Beanspruchungen in auslenkungsabhängige Belastungen, wie Eigen- und Windlasten, sowie Zwangsbeanspruchungen infolge instationärer Temperaturfelder unterteilt. Herstellungsbedingte Vorverformungen sind an gängige Genauigkeitsanforderung angepasst. Materielle Verformungen beschreiben Kriech- und Schwindprozesse.

Die Optimierungsstrategie auf konzeptioneller Ebene ist von der Adaption ingenieurtechnisch sinnvoller Tragmechanismen geprägt, was im numerischen Initialentwurf als eine Parabolschale nach Vorbild von tonnenartigen Schalen umgesetzt wird. Dadurch werden Trag- und Reflektorstruktur vereint. Auf Tragwerksebene wird ein direktes Optimierungsverfahren, beschränkt durch die Zugfestigkeit des Betons, um eine Voroptimierung mithilfe von sensitivitätsbasierten Metamodellen erweitert, wodurch wesentliche Optimierungsvariablen in Bezug auf ausgewählte Systemantworten identifiziert werden. Verschiedene Modelle mit primär kraftflussaffinen, diagonalen Aussteifungssystemen werden so analysiert und hinsichtlich der gegenläufigen Zielfunktionen bewertet.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2011 bis 2016 während meiner Tätigkeiten als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Massivbau der Ruhr-Universität Bochum. Sie wurde von der dortigen Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften als Dissertation anerkannt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Mark für die Möglichkeit, diese Arbeit an seinem Lehrstuhl zu verfassen, aber auch für die wissenschaftliche Freiheit, Förderung und das entgegengebrachte Vertrauen. Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell für die Übernahme des zweiten Gutachtens bedanken. Außerdem bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Marc Wichern für die Übernahme der Aufgabe des fachfremden Prüfers.

Wesentliche Teile der Arbeit entstanden im Rahmen des Schwerpunktprogramms SPP 1542 „Leicht Bauen mit Beton“ unter der Koordination von Herr Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Manfred Curbach und Frau Dr.-Ing Silke Scheerer innerhalb des Kooperationsprojekts zwischen der TU Kaiserslautern und der Ruhr-Universität Bochum. Für die gemeinschaftliche und angenehme Zusammenarbeit sei Herrn Dr.-Ing. Sören Müller gedankt.

Die Fertigstellung meiner Arbeit wäre ohne die freundschaftliche und hilfsbereite Unterstützung der Kollegen am Lehrstuhl nicht möglich gewesen. Für ihre wertvollen Anregungen bei der Durchsicht des Manuskriptes und zahlreichen Diskussionen danke ich besonders Herrn Dr.-Ing. Thomas Putke, Herrn Dipl.-Ing. David Sanio und Frau Dipl.-Ing. Christina Kley. Für ihre vielfältigen Tätigkeiten danke ich meinen Hilfskräften Karolina Zajonz, Annemarie Jacobs und Thanh-Phuong Huynh.

Nicht zuletzt bedanke ich mich bei meinen Eltern, bei meinen Geschwistern und bei meiner Freundin Dipl.-Geoinf. Elke Schmees für ihre Unterstützung, ihr Verständnis und den vorbehaltlosen Rückhalt in der Zeit der Entstehung dieser Arbeit.

Bochum, im Oktober 2016

Patrick Forman

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Ziele der Arbeit	3
1.3	Aufbau der Arbeit	4
2	Entwicklung eines optischen Wirksamkeitskriteriums	9
2.1	Geometrische Randbedingungen	9
2.2	Optische Verluste	14
2.3	Wirksamkeitskriterium in Abhängigkeit des Winkelfehlers	19
2.3.1	Approximation der Reflektoroberfläche	19
2.3.2	Herleitung des Wirksamkeitskriteriums	23
2.4	Optische Wirksamkeitsanalyse am Beispiel eines Demonstratormoduls . . .	28
3	Spezifische Einwirkungen und Verformungsansätze	33
3.1	Windlasten	34
3.1.1	Grundlagen der Gebäudeaerodynamik	34
3.1.2	Windlastkonzepte – Extremwertanalyse	39
3.1.3	Windkanaluntersuchungen	41
3.2	Instationäre Temperaturfelder	46
3.2.1	Wärmeübertragung	47
3.2.2	Ideelle Lufttemperatur	54
3.2.3	Numerische Ermittlung der Temperaturfelder	57
3.2.4	Auswertung und Ansatz einer Temperaturbeanspruchung	60
3.3	Initialverformungen	62
3.3.1	Stationäre Zufallsfelder als Formabweichung	63
3.3.2	Auswertung und Ansatz eines stationären Zufallsfeldes als Initialverformung	66

3.4	Zeitabhängiges Materialverhalten	69
3.4.1	Hochfester Nanodur [®] -Beton	69
3.4.2	Kriechen	71
3.4.3	Schwinden	75
4	Ausgewählte Grundlagen der Strukturoptimierung	77
4.1	Klassifizierung von Optimierungstypen	77
4.2	Mathematische Formulierung des Optimierungsproblems	79
4.3	Optimierungsverfahren	83
4.3.1	Allgemeine Lösungsstrategie	83
4.3.2	Optimierungsalgorithmen	85
4.4	Varianzbasierte Sensitivitätsanalyse mittels <i>MOP</i>	90
4.5	Sensitivitätsanalyse am Beispiel des Einfeldträgers	93
5	Numerische Modellierung und Optimierung eines Parabolrinnenmoduls	99
5.1	Finite-Elemente-Methode	99
5.2	Konzeptionierung eines Parabolschalenmoduls und numerische Umsetzung	100
5.2.1	Konzeptionierung als erweiterte Tonnenschale	100
5.2.2	Numerische Modellierung	102
5.2.3	Materialmodell	105
5.3	Numerische Simulation und Dimensionierungskonzept	108
5.3.1	Einwirkungskombinationen	108
5.3.2	Auswertung des Grundmodells	110
5.3.3	Dimensionierungskonzept für Kollektormodule aus Beton	114
5.4	Herleitung eines ganzheitlichen Optimierungskonzepts	116
5.5	Optimierte Auslegung von Parabolschalen	119
5.5.1	Grundmodell	119
5.5.2	Aussteifungskonzepte	128
5.5.3	Gegenüberstellung der Optimierungsergebnisse	134
6	Schlussfolgerungen und Ausblick	139
6.1	Schlussfolgerungen	139
6.2	Ausblick	141

A Anhang	143
A.1 Mathematische Grundlagen und Herleitungen	143
A.2 Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators	146
B Anhang	147
B.1 Windeinwirkungen	147
C Anhang	149
C.1 Mathematische Grundlagen der Optimierung	149
C.2 Sensitivitätsanalyse am Beispiel des Einfeldträgers	150
C.2.1 Validierung des numerischen Modells	150
C.2.2 Untersuchung der Korrelationsmatrizen für unterschiedliche Stütz- stellenanzahl	150
D Anhang	153
D.1 Finite-Elemente Modellierung	153
D.2 Dokumentation und Ergänzungen der Optimierungsergebnisse	159
Abbildungsverzeichnis	I
Tabellenverzeichnis	VII
Literaturverzeichnis	IX

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die Aufgabe einer jeden Optimierung besteht in der Minimierung mindestens einer Zielfunktion (z. B. Material oder Kosten). In der Regel sollen dabei verschiedene Restriktionen (z. B. maximale Spannungen oder Verformungen) eingehalten werden, welche das Optimierungsproblem beschränken. Der Einsatz der Optimierung ist vielfältig und in vielen Fachbereichen verbreitet [23,72]. Im konstruktiven Ingenieurbau, z. B. auf struktureller Ebene, bildet die Einbindung von Optimierungsstrategien in den Entwurf bisher die Ausnahme, da Tragwerke in der Regel einen einzigartigen Charakter besitzen und der Aufwand eines umfassenden Optimierungsprozesses somit unverhältnismäßig zu bewährten Konstruktionsmethoden ist. Die Anwendung von Strukturoptimierungen ist daher meist auf Bauteile beschränkt, welche sich erst in einer Serienfertigung wirtschaftlich rentabel erweisen, da z. B. die materiellen Einsparungen in Summe den zusätzlichen monetären Aufwand der Optimierung egalisieren. Typischerweise hat sich daher die Anwendung der Strukturoptimierung im Maschinenbau etabliert, wo bereits geringe Materialeinsparungen an einzelnen Komponenten aufgrund hoher Wiederholungsraten zu großen Gesamteinsparungen führen. Die optimierte Auslegung einer Struktur strebt dabei immer die Einbindung mehrerer Betrachtungsebenen (*multilevel*) vom Material bis zum Gesamtsystem im Optimierungsprozess an. Das heißt, zur Optimierung der Form von (Trag-)Strukturen muss ein konzeptioneller Initialentwurf bereits vorhanden sein. Bei der Strukturoptimierung wird zusätzlich zwischen der Entwurfsebene zur Form- und Geometriebeschreibung, einer Analyseebene zur Strukturberechnung, i. d. R. diskret mithilfe der Finite-Element-Methode, und der Optimierungsebene zur eigentlichen iterativen Anpassung unterschieden [79]. Ferner ist der Optimierungsprozess immer an die spezifischen Randbedingungen der vorhandenen Problemstellung anzupassen.

Besonders geeignet für eine strukturoptimierte Auslegung sind Schalen aus Hochleistungsbeton als Parabolrinnenmodule solarthermischer Kraftwerke, da diese in hoher Stückzahl

als Präzisionsfertigteile einerseits in Serienfertigung hergestellt werden können und andererseits hohe Anforderungen an die Verformungsarmut der Reflektoroberfläche besitzen. Schalenträgerwerke können sehr schlank ausgebildet werden und erreichen bereits mit wenigen Zentimetern Dicke und somit minimalem Materialverbrauch hohe Tragfähigkeiten. Ferner erhalten solarthermische Kraftwerke in der heutigen Zeit eine zunehmende Bedeutung im Bereich der regenerativen Energiegewinnung, da die Sonne nach menschlichem Ermessen als eine unendliche Energieressource gilt. Die solare Energie, die jährlich auf die gesamte Erdoberfläche trifft, reicht theoretisch aus, um den weltweiten Energiebedarf um ein Tausendfaches zu decken [124]. Um diese Energie zu nutzen, bündeln solarthermische Kraftwerke die direkte solare Strahlung und wandeln sie in thermische Energie um. Dabei kann in punkt- und linienfokussierende Systeme unterschieden werden. Ein typisches Beispiel für punktfokussierende Systeme sind Solarturmkraftwerke, bei denen mittels einer Vielzahl einzelner Spiegel, welche zweiachsig der Sonne nachgeführt werden, die einfallende Strahlung auf einen erhöhten Punkt gebündelt wird. Linienfokussierende Systeme sind z. B. Fresnel-Kollektoren oder Parabolrinnenkollektoren, welche der Sonne einachsig nachgeführt werden. Unter diesen sind Parabolrinnenkraftwerke die bisher kommerziell am weitesten verbreitete Technologie mit ca. 40 Kraftwerken weltweit. Mit nur 1 % der weltweiten Wüstenfläche – ca. 400 km × 400 km – mit Parabolrinnenkollektoren ausgestattet kann bereits der weltweite Energiebedarf vollständig gedeckt werden [41].

Bisherige Parabolrinnenkollektoren bestehen aus filigranen Stahlfachwerkstrukturen, welche punktweise parabolisch gekrümmte Reflektorelemente halten. Einzelne Module sind als Einfeldträger drehbar gelagert und werden zu Kollektoren mit einer Länge von bis zu 150 m [66] angeordnet (Abbildung 1.1, links). In einer Vielzahl an Reihen bilden sie

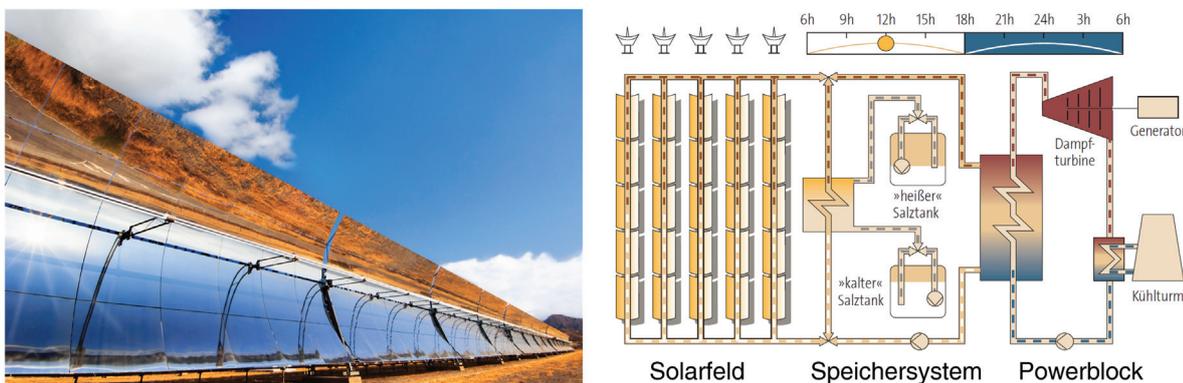


Abb. 1.1: Parabolrinnenkollektor *EuroTrough* auf der Plataforma Solar de Almería (links, Quelle: www.dlr.de) und Grundprinzip eines Parabolrinnenkraftwerks (rechts) [146]

ein Solarfeld. In der Brennlinie der Kollektoren befindet sich ein Absorberrohr, in welchem die direkte Solarstrahlung gebündelt wird. Ein darin befindliches synthetisches Öl wird dabei auf ca. 400°C erhitzt. Eine nachgeschalteter, konventioneller Kraftwerksblock mit Wasserdampfturbine dient der eigentlichen Stromerzeugung. Mithilfe von Wärmespeichern kann auch für sonnenlose Zeiten die elektrische Energiegewinnung – zeitlich begrenzt – sichergestellt werden (Abbildung 1.1, rechts). Eine Übersicht der Entwicklung von Parabolrinnenkollektoren ist in [58] gegeben. Alternative Herstellungsmaterialien zu den etablierten Stahlfachwerklösungen sind jedoch bisher die Ausnahme (z. B. [118]).

Wesentlicher Nachteil der bisherigen Stahlfachwerkstrukturen mit punktuell aufgelagerten Reflektorelementen, ist die Trennung der Spiegelfläche von der Haupt- und Sekundärtragstruktur (Abbildung 1.2, links), sodass sich Formabweichungen der einzelnen Komponenten superponieren. Dies bewirkt eine erhöhte Ablenkung der Solarstrahlung. Wenn diese sich nicht mehr auf das Absorberrohr konzentriert, kommt es zu Wirksamkeitsverlusten. Daher ist eine optimierte Schalenkonstruktion, welche die Tragstruktur mit einem formtreuen Substrat für die Reflektorelemente verbindet, sinnvoll. Abbildung 1.2 verdeutlicht dies konzeptionell anhand der Gegenüberstellung des *EuroTrough* Stahlkollektors und einer Parabolschale im Querschnitt.

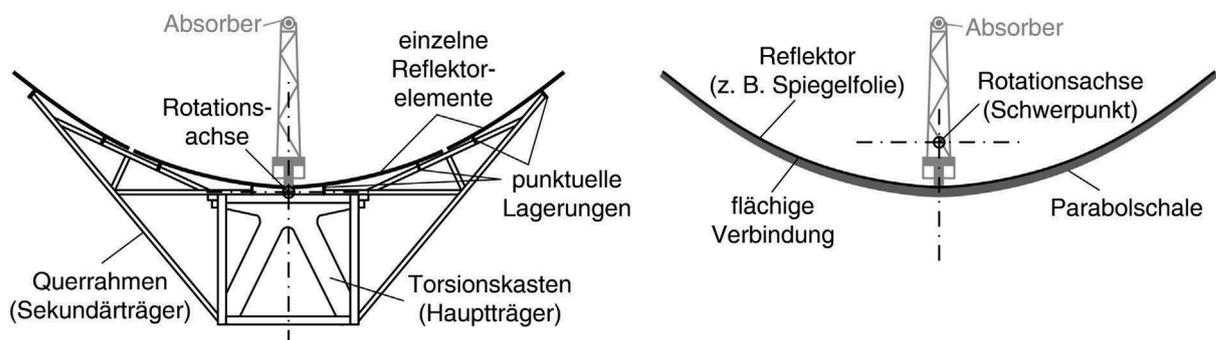


Abb. 1.2: Unterkonstruktion des Stahlfachwerkkollektors *EuroTrough* nach [133] (links) und Prinzip der zu optimierenden Parabolschale (rechts)

1.2 Ziele der Arbeit

In der Arbeit sollen Optimierungsstrategien entwickelt werden, welche für die stark spezifischen Randbedingungen von Betonschalen als Parabolrinnen solarthermischer Kraftwerke ausgelegt werden. Dabei sollen die wesentlichen Zielfunktionen und Restriktionen

identifiziert und für eine numerische Analyse aufbereitet werden, wobei geometrische Unschärfen, spezifische Beanspruchungen sowie materielle Verformungseinflüsse berücksichtigt werden sollen. Die Schwerpunkte der Arbeit sind:

- Entwicklung eines Kriteriums zur Beurteilung der Wirksamkeit von Parabolrinnenkollektoren auf Basis der Oberflächenverformungen

Die wesentliche Aufgabe eines Parabolrinnenkollektors ist die Bündelung der Solarstrahlung auf den Absorber, sodass die solare Energie in Wärmeenergie umgewandelt wird. Dabei ist insbesondere eine hochpräzise Oberfläche der Spiegelelemente notwendig. Basierend auf Formabweichung der Reflektorfläche, hervorgerufen durch spezifische Beanspruchungen, soll die Wirksamkeit beschrieben werden.

- Herleitung von spezifischen Beanspruchungen und Verformungsansätzen für Parabolshalen

Ein Parabolrinnenkollektor ist im Tagesverlauf verschiedenen Belastungssituationen ausgesetzt. Dazu gehören z. B. von der Kollektorauslenkung abhängige Eigen- und Windlasten, sowie standortbedingte Beanspruchungen, z. B. Temperatureinwirkungen. Daher sollen geeignete Modellansätze für die spezifischen Beanspruchungen sowie materiell- und herstellungsbedingte Verformungseinflüsse entwickelt werden.

- Formulierung und Anwendung eines Optimierungskonzepts mit ausgewählten Methoden der Strukturoptimierung

Ein Optimierungskonzept soll hergeleitet werden, welches in einem mehrstufigen Prozess verschiedene Optimierungsstrategien in Abhängigkeit der Betrachtungsebene berücksichtigt. Die Anwendung soll an konzeptionell entwickelten, parametrisierten Finite-Elemente Schalenmodellen unter Beachtung der spezifischen Randbedingungen eines Betonkollektormoduls für Parabolrinnenkraftwerke demonstriert werden.

1.3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit gliedert sich in sechs Kapitel. Im Anschluss an die Einleitung, welche die Motivation und wesentlichen Ziele der Arbeit formuliert, befassen sich **Kapitel 2** und **Kapitel 3** mit den grundsätzlichen Randbedingungen von Parabolrinnen als Schalentragswerke aus Beton. In **Kapitel 4** werden ausgewählte Grundlagen der Strukturoptimierung dargestellt.

Kapitel 5 führt die wesentlichen Erkenntnisse der vorangegangenen Kapitel zusammen, um ein Optimierungskonzept unter den spezifischen Randbedingungen von Parabolrinnen in Betonbauweise zu entwickeln, welches in numerischen Analysen an verschiedenen konzeptionell entwickelten Modellen angewandt wird. Die Arbeit schließt in **Kapitel 6** mit einer Schlussfolgerung der wesentlichen Erkenntnisse und gibt einen Ausblick auf weiteren Forschungsbedarf.

Die Wirksamkeit eines Parabolrinnenkraftwerks hängt maßgeblich von der optischen Genauigkeit der Kollektoren ab. Dadurch werden hohe Anforderungen an eine ungestörte Parabelform der reflektierenden Oberfläche gestellt. In **Kapitel 2** wird ein optisches Wirksamkeitskriterium entwickelt, welches auf der Wichtung des Winkelfehlers der reflektierten solaren Strahlung beruht. Dafür werden die geometrischen Eigenschaften von Parabolrinnenkollektoren beschrieben, welche Basis für eine verformungsabhängiges Wirksamkeitskriterium sind. Ferner werden die grundsätzlichen Verluste der Effektivität eines Parabolrinnenkraftwerks dargestellt, wobei maßgeblich die optischen Verluste, welche in der Regel geometrie- und materialbedingt sind, diskutiert werden. Zur Beschreibung der verformten Oberfläche werden verschiedene Approximationsansätze analysiert und bewertet. Anhand eines photogrammetrisch vermessenen Kollektormoduls aus Beton wird die Anwendung des Wirksamkeitskriteriums demonstriert. Das hergeleitete Wirksamkeitskriterium wird später in den ganzheitlichen Optimierungsprozess eingebunden.

Kapitel 3 beinhaltet die wesentlichen Beanspruchungen und Verformungsansätze für Parabolrinnen aus Beton, welche analytisch, numerisch und experimentell hergeleitet werden. Diese lassen sich in auslenkungsbedingte Beanspruchungen, wie Eigen- und Windlasten, Temperaturbeanspruchungen sowie materiell- und herstellungsbedingte Verformungsansätze unterteilen. Ferner wird zwischen den beiden Zuständen Regelbetrieb unter gemäßigten Windbedingungen und Sicherstellung der maximalen Wirksamkeit sowie Starkwindzustand unter orkanartigen Windereignissen unterschieden. Windbeanspruchungen sind stark von der Interaktion von Bauteil und Windumströmung abhängig und werden für verschiedene Kollektorauslenkungen im Windkanalversuchen ermittelt. Daraus resultieren Druckbeiwerte, welche die Windlastverteilung über die Öffnungsweite des Parabolrinnenkollektors beschreiben. Mithilfe von Windgeschwindigkeitsdrücken in Abhängigkeit der Windstärke nach der Beaufortskala werden die grundsätzlichen Betriebszustände definiert. Die stark standortabhängigen Temperaturbeanspruchungen werden als instationäre Wärmeübertragungsprobleme aus der Fourier'schen Differentialgleichung der Wärmeleitung entwickelt und mittels Tabellenkalkulation numerisch diskretisiert. Wetterdaten für einen typischen Standort von Parabolrinnenkraftwerken

dienen der Ermittlung von instationären Temperaturverteilungen im vereinfachten Modell des Schalenquerschnitts. Darauf aufbauend wird ein vereinfachter Ansatz konstanter Temperaturschwankungen und -differenzen abgeleitet, welche einer Wichtung nach gängigen Ansätzen unterliegen. Herstellungsbedingte Vorverformungen der Reflektoroberfläche beruhen auf einem Ansatz normalverteilter Zufallsgrößen, welche mithilfe einer Autokovarianzfunktion über diskrete Punkte – an das Finite-Elemente Netz der numerischen Modelle angepasst – der Parabelöffnungsweite korrelieren. Die Initialabweichungen werden an bestehende und somit auch baupraktisch umsetzbare Toleranzanforderung von Tübbinginnendurchmessern angepasst. Eigenlasten sind maßgeblich von der Wichte des verwendeten Werkstoffs abhängig. Dabei wird ein Feinkornbeton auf Basis des Bindemittels Nanodur verwendet, welcher an der Technischen Universität Kaiserslautern entwickelt wurde. Beton zeichnet sich jedoch durch ein zeitabhängiges Verformungsverhalten aus. Aufgrund der kontinuierlichen Sonnennachführung erfährt der Kollektor unterschiedliche Spannungsverteilungen aus Eigenlasten, sodass für die Berücksichtigung von Kriechprozessen ein Ansatz basierend auf mittleren elastischen Dehnungen eines Tagesverlaufs hergeleitet wird. Dieser resultiert in einen effektiven Kriechverhältnisbeiwert, der als Wichtungsfaktor der elastischen Dehnung einer Grenzfallauslenkung dient. Schwindprozesse werden vereinfacht als äquivalente konstante Temperaturänderungen angesetzt. Endkriech- und Endschwindmaße sind Veruchsergebnissen entnommen.

Für die Entwicklung eines mehrstufigen Optimierungskonzepts werden in *Kapitel 4* ausgewählte Grundlagen der Strukturoptimierung dargestellt, welche sich in Topologie-, Form- und Querschnittsoptimierung klassifizieren lassen. Grundsätzlich werden Methoden und Optimierungsverfahren zur Lösung von Problemstellungen der Form- und Querschnittsoptimierung dargestellt, da konzeptionelle Initialentwürfe im Rahmen dieser Arbeit maßgeblich durch ingenieurtechnisch sinnvolle Adaptionen bekannter Tragmechanismen und lokale Verstärkungsmaßnahmen geprägt sind. Ferner wird eine varianzbasierte Sensitivitätsanalyse auf Basis von Metamodellen (*Metamodell Optimaler Prognose (MOP)*) [109] vorgestellt, welche einen quantitativen und qualitativen Zusammenhang zwischen Optimierungsvariablen und Systemantworten herstellt, und am einfachen Beispiel eines Einfeldträgers demonstriert.

In *Kapitel 5* werden die bisherigen Erkenntnisse und Modellansätze der vorangegangenen Kapitel im Rahmen eines mehrstufigen Optimierungskonzepts zusammengeführt. Ein konzeptioneller Initialentwurf (Grundmodell) eines Parabolrinnenkollektormoduls mit geometrischem Vorbild des *EuroTroughs* adaptiert die Tragwirkung von Tonnen- bzw. Trogschalen und wird als Finite-Elemente Modell einer einwandigen Parabolschale nume-

risch umgesetzt. Das entwickelte Dimensionierungskonzept basiert auf einer restriktiven Begrenzung der maximalen Hauptnormalspannungen auf einen abgeminderten Anteil der zentralen Zugfestigkeit des Betons, wodurch das Materialverhalten als linear elastisch idealisiert wird. Die spezifischen Beanspruchungen werden in angepassten Einwirkungskombinationen berücksichtigt. Die Optimierungsstrategie auf Tragwerksebene basiert auf einer Erweiterung der diskreten Optimierung durch eine Voroptimierung mittels *MOP*, sodass das diskrete numerische Optimierungsproblem auf eine funktionale Ebene übertragen wird. Dadurch werden zusätzlich die wesentlichen Optimierungsvariablen, welche maßgeblichen Einfluss auf ausgewählte Systemantworten besitzen, identifiziert. Das eigentlich mehrkriterielle, gegenläufige Optimierungsziel eines ressourcenschonenden, leichtgewichtigen Tragwerks mit maximaler Steifigkeit wird aufgelöst, indem die Minimierung des Volumens bzw. des Gewichts die alleinige Zielfunktion definiert. Die Sicherstellung einer ausreichenden Verformungsarmut wird mithilfe des entwickelten Wirksamkeitskriteriums an generierten Optimalentwürfen überprüft. Das Optimierungskonzept wird für verschiedene Modelle mit primär diagonalen Aussteifungssystemen angewandt und die Optimalentwürfe auch im Vergleich zum einwandigen Grundmodell bewertet.

2 Entwicklung eines optischen Wirksamkeitskriteriums

Zur Beurteilung der Wirksamkeit von Solarkollektoren müssen verschiedene Aspekte wie geometrische als auch materielle Randbedingungen in Betracht gezogen werden. Grundsätzlich hängt die Effizienz von Solarkollektoren von der thermischen Wirksamkeit ab, welche durch den Wirkungsgrad des Solarfelds η_{SF} bestimmt wird. Dieser kann als Verhältnis von einwirkender zur absorbierten Energie gedeutet werden und ist definiert als Quotient der absorbierten Strahlung \dot{q}_{abs} und der solare Einstrahlung auf den Kollektor \dot{q}_{solar} .

$$\eta_{SF} = \frac{\dot{q}_{abs}}{\dot{q}_{solar}} \quad (2.1)$$

Konzentrierende Systeme können im Vergleich zu rein absorbierenden Systemen jedoch nur die direkte Solarstrahlung zur Energiegewinnung nutzen. Im Gegensatz zu Flachkollektoren ist für die Analyse der Wirksamkeit von konzentrierenden und gleichzeitig nachführenden Kollektoren die optische Wirksamkeit von essentieller Bedeutung, welche sich maßgeblich auf die thermische Leistungsfähigkeit auswirkt. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit ein Wirksamkeitskriterium zur Überprüfung der Oberflächenverformungen von Parabolrinnenkollektormodulen entwickelt, welches auf eine möglichst hohe Formtreue der Reflektorstruktur basiert. Für die Analyse der gesamten thermischen Wirksamkeit – hauptsächlich durch die optische Leistung geprägt – sei an dieser Stelle auf ergänzende Fachliteratur, wie z. B. [53], verwiesen.

2.1 Geometrische Randbedingungen

Ein idealer Parabolrinnenkollektor besitzt die Form einer Parabel bzw. eines achsensymmetrischen Parabelsegments. Die allgemeine Form der Parabelgleichung ist dabei gegeben

durch

$$y(x) = mx^2 + b. \quad (2.2)$$

Wenn der Parabelscheitel im Koordinatenursprung liegt, lässt sich die allgemeine Gleichung 2.2 in Abhängigkeit der Fokallänge f ausdrücken.

$$y(x) = \frac{1}{4f}x^2 \quad (2.3)$$

Dabei beschreibt die Fokallänge f den Abstand zum Brennpunkt, in dem sich alle orthogonal einfallende Strahlen – auch Brennlinien genannt – treffen, die an der lokalen Tangente der Parabel gespiegelt wurden. Dabei gilt die Bedingung, dass der Einfallswinkel dem Ausfallswinkel entspricht (Abbildung 2.1).

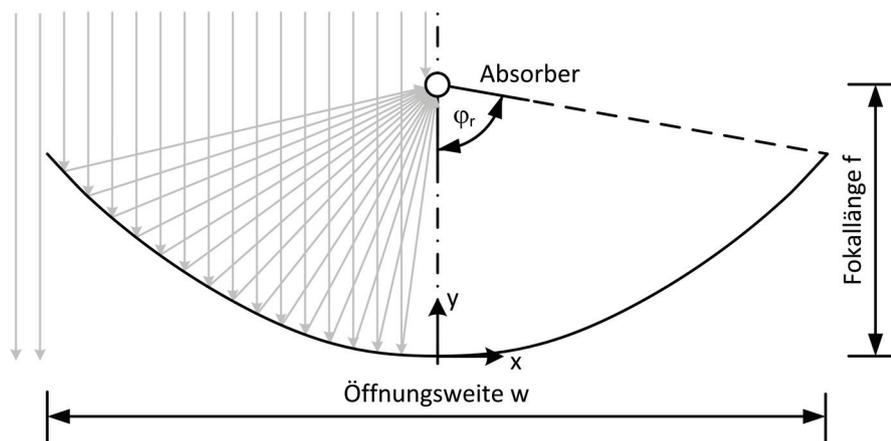


Abb. 2.1: Prinzipieller Querschnitt einer Parabel mit exemplarischer Solarstrahlenkonzentration

Eine zweckmäßigere Art, die Form ein Parabelsegment zu beschreiben, ist, sie anhand ihrer Wechselwirkung zwischen der Fokallänge f , der Apertur- bzw. Öffnungsweite w und des Öffnungswinkel φ_r – Halbwinkel zwischen Symmetrieachse und Parabelrand – zu definieren.

$$\frac{f}{w} = \frac{1 + \cos \varphi_r}{4 \sin \varphi_r} \quad (2.4)$$

Dadurch ist ein Parabolrinnenkollektor eindeutig in seiner Form des Querschnitts durch den Öffnungswinkel φ_r definiert. Wird einer der anderen beiden Parameter geändert, hat dies ein einheitliches Aufweiten bzw. Schrumpfen der Querschnittsform zur Folge. Weitere

Formanalysen anhand von Gleichung 2.4 zeigen, dass Parabeln mit einem kleinen Öffnungswinkel eine große Fokallänge besitzen und umgekehrt (Abbildung 2.2). Zusätzlich ist jedoch auch die Parabelsegmenthöhe durch die Fokallänge f eindeutig definiert (Gleichung 2.3), sodass für geringe Fokallängen, was hinsichtlich der Anordnung des Absorbers von Vorteil ist, eine hohe Kollektormodulhöhe gegenübersteht. Daraus resultiert ein erhöhter Materialaufwand sowie ein großes Verhältnis zwischen der gesamten Reflektorfläche und der tatsächlich wirksamen, projizierten Fläche. Somit ist ein vernünftiger Kompromiss unumgänglich. Bisherige, kommerziell etablierte Kollektoren besitzen meist Öffnungswinkel zwischen $70^\circ \leq \varphi_r \leq 90^\circ$ und Fokallängen von ungefähr $1,70 \text{ m} \leq f \leq 1,90 \text{ m}$ (z. B. *EuroTrough* oder *Ultimate Trough* [133]). Eine Übersicht der Geometrien typischer Stahl-Kollektoren ist in Tabelle 2.1 gegeben. Diese sind der kleinformatische IST PT-1 Kollektor, welcher vermehrt für Prozesswärmeanwendungen genutzt wird [73], der bereits in mehreren Solarkraftwerken (z. B. Andasol 1-3 [146]) etablierte *EuroTrough* [66] und der großformatige *Ultimate Trough*, welcher aktuellen Trends der Kostenreduktion durch erhöhte Aperturflächen folgt.

Tab. 2.1: Kenndaten von Parabolrinnenkollektormodulen (Bezeichnungen nach Abbildung 2.1)

		Kollektor		
		IST PT-1	<i>EuroTrough</i>	<i>Ultimate Trough</i>
Modullänge l	[m]	6,10	12,00	24,00
Öffnungsweite w	[m]	2,205	5,77	7,51
Fokallänge f	[m]	0,78	1,71	1,88
Öffnungswinkel φ_r	[°]	70	80	90
Absorberrohrdurchmesser d	[mm]	51	70	95
Konzentrationsgrad $C = w/d$	[-]	43	82	79

Die Länge eines Parabelsegments lässt sich mithilfe der Herleitung einer Kurvenlänge bestimmen (Gleichung A.1). Die Berechnung der gesamten Reflektorfläche eines Kollektors mit der Länge L ergibt sich zu

$$A = \left(\frac{w}{2} \sqrt{1 + \frac{w^2}{16f^2}} + 2f \cdot \ln \left(\frac{w}{4f} + \sqrt{1 + \frac{w^2}{16f^2}} \right) \right) \cdot L. \quad (2.5)$$

Diese Fläche ist primär zur Ermittlung des Materialbedarfs für Parabolschalen mit einer konstante Dicke erforderlich. Eine wesentlich wichtigere Bedeutung besitzt die projizierte Reflektorfläche bzw. Aperturfläche A_{ap} , da diese den gesamten Bereich der zu reflektierenden Solarstrahlen und somit die eintreffende Energie als solare Strahlung für einen

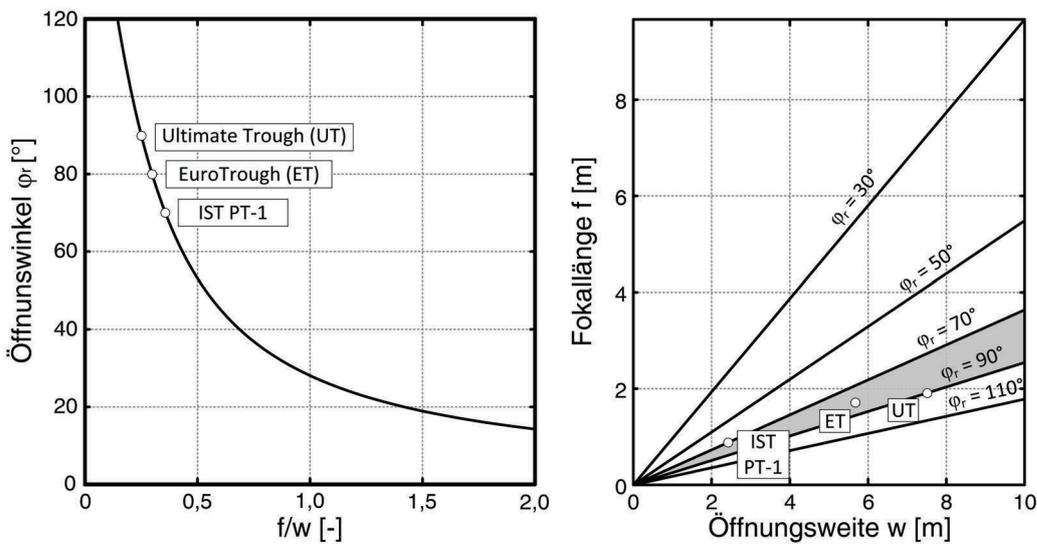


Abb. 2.2: Zusammenhang zwischen Öffnungswinkel φ_r , -weite w und Fokallänge f

Kollektor definiert.

$$A_{ap} = w \cdot L \quad (2.6)$$

Die Aperturfläche steht also stellvertretend für die einwirkende Energie, welche auf den Absorber konzentriert wird. Analog zur Aperturfläche kann die projizierte Absorptionsfläche A_r bestimmt werden. Bei einem zylindrischen Receiverrohr mit dem Durchmesser d , welches entlang der Brennpunktlinie angeordnet ist, ergibt sich

$$A_r = d \cdot L \quad (2.7)$$

Das Verhältnis beider Flächen ist als geometrischer Konzentrationsgrad C_{geom} definiert. Mit einer Reflektorstruktur, die gleich so lang ist wie der Absorber, kann der geometrische Konzentrationsgrad unter Berücksichtigung der Gleichungen 2.6 und 2.7 auf die Querschnittsebene zurückgeführt werden.

$$C_{geom} = \frac{A_{ap}}{A_r} = \frac{w}{d} \quad (2.8)$$

Allgemein ist der Konzentrationsgrad C definiert als das Verhältnis des Sonnenabbildes auf dem Receiverrohr zur direkten Sonneneinstrahlung auf dem Kollektor, also die Strahlungsintensität auf der Brennpunktlinie bzw. dem Receiverrohr. Der geometrische Konzentrationsgrad hat sich jedoch als sinnvolle Approximation des tatsächlichen Konzentrationsgrads erwie-

sen [53]. Im Folgenden wird auf die Unterscheidung verzichtet und vereinfachend der Begriff Konzentrationsgrad C verwendet.

Die Konzentration der solaren Strahlung hat bei solarthermischen Kraftwerken eine essentielle Bedeutung, da für den Ausgleich von thermischen Verlusten ein Mindestkonzentrationsverhältnis erforderlich ist, wie es die vereinfachte Energiebilanz der thermischen Wärmestromdichte \dot{q}_{th} zeigt.

$$\dot{q}_{th} = \eta_{opt} I_b - C^{-1} \left[\overbrace{\varepsilon \sigma_{SBK} (T^4 - T_{Luft}^4)}^{\text{radiativer Anteil}} + \overbrace{\alpha (T - T_{Luft})}^{\text{konvektiver Anteil}} \right] \quad (2.9)$$

Hierbei ist η_{opt} der optische Wirkungsgrad und ergibt mit der Strahlungsstärke der direkten Solarstrahlung I_b die thermische Leistung ohne radiative und konvektive Verluste. Die radiativen Verluste sind abhängig von dem Emissionsgrad ε , der STEFAN-BOLTZMANN-Konstanten σ_{SBK} sowie exponentiell von der Betriebstemperatur T und der Umgebungstemperatur T_{Luft} . Der konvektive Anteil setzt sich zusammen aus dem Temperaturunterschied zwischen Betriebs- und Umgebungstemperatur sowie dem Wärmeübergangskoeffizienten α . Beide Anteile unterliegen dabei einer Wichtung mit dem Kehrwert des Konzentrationsgrads C . Es gibt also, unter der Voraussetzung einer konstanten optischen Wirksamkeit und solaren Strahlungsstärke, eine Minimalgrenze des Konzentrationsgrads, bei der gerade noch thermische Leistung erzeugt wird. Diese Grenze ist jedoch rein theoretisch, da zum Betrieb von Dampfturbinen eine höhere Temperatur und somit auch ein höherer Konzentrationsgrad erforderlich ist. Nach [105] liegt dieser bei $C \geq 30$.

Die thermische Leistungsfähigkeit ist somit maßgeblich vom Konzentrationsgrad abhängig. Je größer dieser ist, umso höhere Temperaturen können erreicht werden. Jedoch ist der Konzentrationsgrad beschränkt, da bei einer beliebig hohen Konzentration höhere Temperaturen als die der Energiequelle erreicht werden könnten. Somit wäre der 2. Hauptsatz der Thermodynamik verletzt, da ein Wärmestrom immer vom wärmeren zum kälteren Körper erfolgt. Die maximale bzw. ideale Grenze lässt sich dabei geometrisch unter der Beachtung herleiten, dass die solare Strahlung als Strahlenbündel von der Sonne auf den Reflektor unter dem Halbwinkel $\theta_s = 0,266^\circ$ fällt und auf die Absorptionsfläche A_r projiziert wird (Abbildung 2.3). Dabei wird von einem mittleren Sonnenradius von $r = 695.000$ km und einem mittleren Abstand zur Sonne $AE = 149,6 \cdot 10^6$ km ausgegangen.

Die Konzentration der Strahlen wird genau dann maximal, wenn die Bündelung der Solarstrahlen über die komplette Receiverfläche erfolgt. Nach [125] entspricht der maximalen Konzentrationsfaktor für den Fall einachsiger Sonnennachführung (linienfokussierende

Systeme)

$$C_{max,2D} = \frac{1}{\sin \theta_s} \quad (2.10)$$

und bei zweiachsiger Sonnennachführung (punktfokussierende Systeme)

$$C_{max,3D} = \frac{1}{\sin^2 \theta_s} \cdot \quad (2.11)$$

Der höchst mögliche Konzentrationsgrad für linienfokussierende Systeme ergibt sich mit $\theta_s = 0,266^\circ$ zu $C_{max,2D} = 215$. Das System so auszulegen, dass ein idealer Konzentrationsgrad erreicht wird, ist jedoch nicht zu empfehlen. Bereits geringe Formabweichungen der Reflektoroberfläche rufen dann Verluste hervor, die zu einer Verringerung der Wirksamkeit führen.

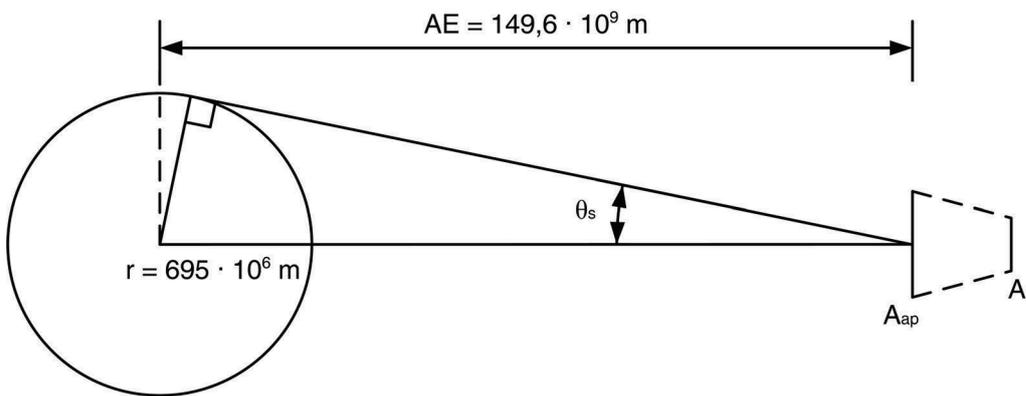


Abb. 2.3: Schematische Darstellung von der Sonne mit dem Radius r im Abstand AE (Astronomische Einheit) zum Konzentrator mit der Aperturfläche A_{ap} und Absorptionsfläche A_r nach [125]

2.2 Optische Verluste

Die nach Gleichung 2.1 definierte Wirksamkeit eines Solarfeldes bestimmt als Produkt mit dem Wirkungsgrad des Kraftwerksblocks η_{PB} (*power block*) den Gesamtwirkungsgrad des Parabolrinnenkraftwerks η .

$$\eta = \eta_{SF} \cdot \eta_{PB} \quad (2.12)$$

Der Kraftwerksblock eines Parabolrinnenkraftwerks unterscheidet sich nicht wesentlich von denen herkömmlicher Kraftwerke und besteht in der Regel aus einer (Dampf-)Turbine, einem Generator und einem Kühlungskreislauf. Durch die Strahlenkonzentration der solaren Direktstrahlung auf den Absorber wird ein im Receiverrohr befindliches Wärmeträgermedium, z. B. thermisches Öl, auf ca. 400°C erhitzt. Der so erhitzte Wärmeträger wird dazu genutzt, um analog zu fossilen oder auch nuklearen Kraftwerken in einem nachgeschalteten Kreislauf des Kraftwerksblocks Wasserdampf zum Antrieb der Dampfturbine zu erzeugen. Dadurch wird thermische in mechanische Energie – nicht verlustfrei – umgewandelt. Dieser Verlust ist jedoch nicht durch die Tragstruktur geprägt und wird daher nicht für die optische Wirksamkeit berücksichtigt. Der Spitzenwirkungsgrad des Kraftwerksblock beträgt im Fall des Parabolrinnenkraftwerks Andasol 1-3 ca. 40 %, im Jahresmittel ca. 30,% [146].

Der Wirkungsgrad des Solarfeldes beschreibt die Wirksamkeit der Umwandlung von solare in thermische Energie und entspricht dem Verhältnis zwischen Wärmestromdifferenz im Solarfeld und der Direktstrahlung auf der gesamten Aperturfläche des Solarfeldes. Dabei ist der Wirkungsgrad sowohl thermischen als auch optischen Verlusten unterlegen. Die thermischen Verluste resultieren aus dem Wärmeabfluss vom Receiver in die Umgebungsluft. Somit entspricht der Wirkungsgrad des Solarfeldes der Differenz zwischen dem optischen Wirkungsgrad η_{opt} und den thermischen Verlusten $\eta_{th,loss}$ [90].

$$\eta_{SF} = \eta_{opt} - \eta_{th,loss} \quad (2.13)$$

Dabei ist der thermische Verlust u. a. abhängig von der direkten Solareinstrahlung und der Temperaturdifferenz zwischen Wärmeträgermedium und Umgebungstemperatur (vgl. Gleichung 2.9). Abbildung 2.4 zeigt exemplarisch den Anteil der optischen und thermischen Verluste in Abhängigkeit von verschiedenen solaren Strahlungsstärken I_b und Temperaturen des Wärmeträgermediums T_{HTF} (*heat transfer fluid*). Es ist ersichtlich, dass die optischen Verluste einen konstanten Anteil am Wirksamkeitsgrad besitzen, während die thermischen Verluste veränderlichen Charakter besitzen. Insbesondere bei hohen solaren Strahlungsstärken I_b dominieren die optischen Verluste. Das primäre Ziel muss es also sein, die optischen Verluste soweit wie möglich zu minimieren.

Zur weiteren Differenzierung lassen sich die optischen Verluste in materialspezifische Verluste, z. B. begrenzte Reflektivität, Absorptionsfähigkeit und Transmission, und geometrisch bedingte Verluste, z. B. Formabweichungen der Reflektorfläche, Verschattungen sowie aufgrund von Abweichungen des solaren Einfallswinkels, aufteilen.

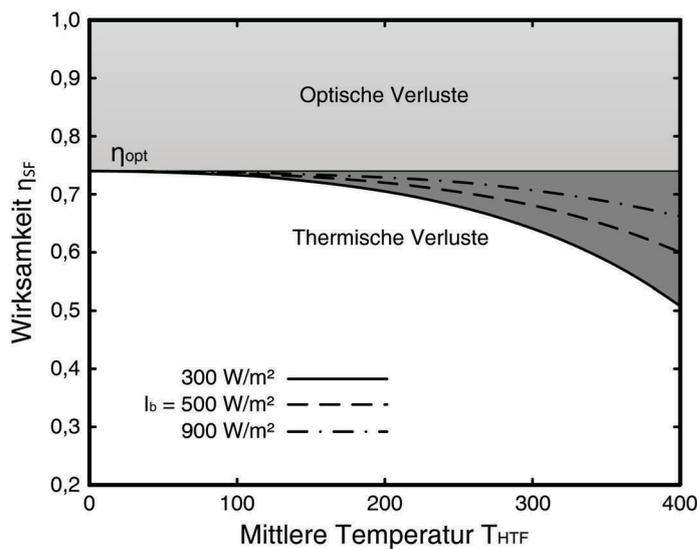


Abb. 2.4: Optische und thermische Verluste der Wirksamkeit η_{SF} für unterschiedliche Temperaturen des Wärmeträgermediums (HFT) T_{HFT} und verschiedene Strahlungsstärken I_b (Verläufe nach [62])

Materialspezifische Verluste

Der Anteil der vom Wärmeträgermedium tatsächlich absorbierten Direktstrahlung ist u. a. von den jeweiligen Materialeigenschaften des Reflektors und des Absorberrohrs abhängig. Bereits am Spiegel treten erste Verluste auf, da der Reflexionskoeffizient ρ verschiedener Materialien, z.B. Weißglasspiegel mit ca. $\rho = 98\%$, Reflektorfolie mit ca. $\rho = 94\%$ oder PVD-beschichtetes Aluminiumband mit ca. $\rho = 85 - 95\%$, endlich ist.

Einen deutlicheren Einfluss hat jedoch die Verschmutzung des Reflektors über die Zeit, sodass regelmäßige Säuberung den mittleren Verlust auf ca. 2% beschränkt. Im Falle des Weißglasspiegels wird ein Anteil von ca. 1% vom Glas transmittiert. Weitere Transmissionsverluste treten am Hüllrohr des Absorbers auf. Der auf den Absorber treffende Anteil wird zum Teil diffus reflektiert. Der restliche Anteil wird durch das Receiverrohr absorbiert. Der Absorptionskoeffizient liegt in der Regel bei $\alpha_{rec} = 95\%$.

Geometrische Verluste

Parabolrinnen werden einachsrig der Sonne nachgeführt, sodass die solare Direktstrahlung lediglich in der zweidimensionalen Ebene der Nachführung orthogonal auf den Kollektor trifft. Für den dreidimensionalen Fall ist der Einstrahlungswinkel auf eine horizontale Fläche definiert als Sonnenhöhenwinkel α_s , der mithilfe des Zenitwinkels θ_z bestimmt

werden kann (Abbildung 2.5).

$$\alpha_s = 90^\circ - \theta_z \quad (2.14)$$

Der Zenitwinkel entspricht dem Winkel zwischen der solaren Einstrahlung und dem Zenit. Er ist also standorts- und jahreszeitabhängig. Der Einstrahlungswinkel θ auf einen einachsigen nachgeführte Parabolrinnenkollektor in Nord-Süd-Ausrichtung lässt sich mit einer vereinfachten Gleichung nach [53] durch den Zenitwinkel θ_z , den Azimutwinkel der Sonne γ_s und den Kollektorneigungswinkel β ermitteln.

$$\cos \theta = \cos \beta \cdot \cos \theta_z + \sin \beta \cdot \sin |\gamma_s| \quad (2.15)$$

Dieser sogenannte **Cosinus-Effekt** hat einen erheblichen Anteil am optischen Verlust. Der Auffangfaktor ξ_{cos} , d. h. der Anteil der Solarstrahlung abzüglich des Verlustes aufgrund der nicht orthogonalen Einstrahlung, beträgt

$$\xi_{\text{cos}} = \cos \theta . \quad (2.16)$$

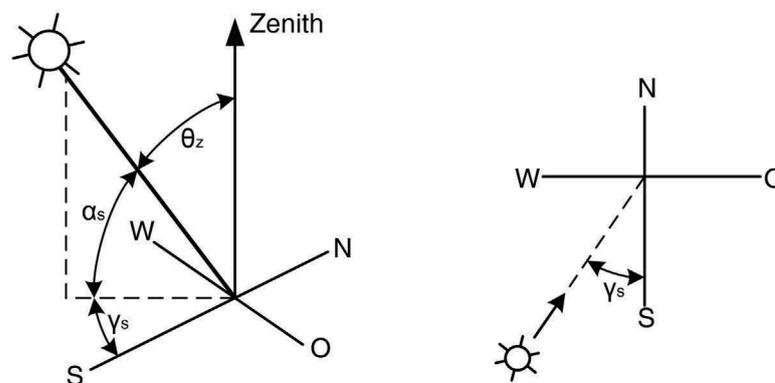


Abb. 2.5: Winkeldefinition des Sonnenstands

Ein weiterer Faktor, der vom Einfallswinkel abhängt, ist der sogenannte **Reihenendverlust**. Er tritt aufgrund der endlichen Länge der Kollektorreihe auf, sodass eine vom Sonnenstand abhängige Länge l' des Absorbers nicht das gesamte solare Abbild auffangen kann (Abbildung 2.6, a)). Bezogen auf eine Kollektorreihe der Länge L ergibt sich ein Auffangfaktor ξ_{ev}

von

$$\xi_{ev} = 1 - \frac{l'}{L} = 1 - \frac{|f \cdot \tan \theta|}{L} . \quad (2.17)$$

Zusätzlich treten **Abschattungsverluste** durch benachbarte Parabolrinnenkollektoren mit zu geringem Abstand d_{col} bzw. bei sehr niedrigen Sonnenständen am Morgen bzw. Abend auf. Der Kollektorabstand kann über die momentane Kollektorauslenkung β und den aktuellen Sonnenstandswinkel α_s (Abbildung 2.6, b)) ermittelt werden. Der minimal einzuhaltende Abstand ist somit für jedes Solarfeld aufgrund unterschiedlicher Sonnengänge standortbedingt zu bestimmen. Eine gute Einführung für verschiedene Sonnenstände und resultierende Abschattungen ist in [8] zu finden. Der Auffangfaktor ξ_{av} ergibt sich aus dem Verhältnis von Schattenfläche zur Gesamtfläche des Kollektors.

$$\xi_{av} = 1 - \frac{\text{Schattenfläche}}{\text{Gesamtfläche}} \quad (2.18)$$

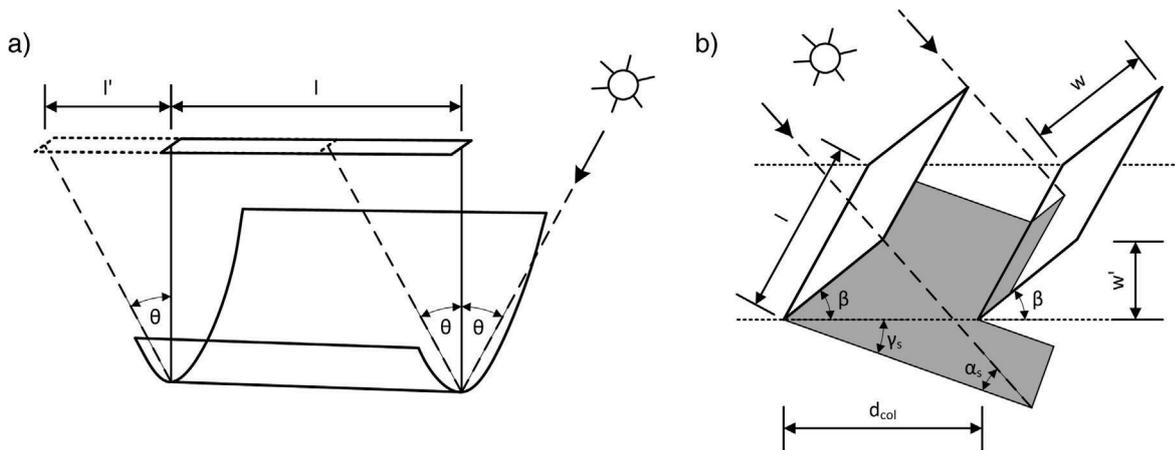


Abb. 2.6: a) Endverluste durch den Einfallswinkel θ nach [31] und b) Abschattung eines Kollektormoduls nach [8]

Die vom Einfallswinkel θ abhängigen Verluste, die z. T. auch materialspezifischen Verluste der reflektierenden und absorbierenden Kollektorelemente sind, lassen sich zum **Einfallswinkelkorrekturfaktor** ξ_{IAM} (*incident angle modifier*) zusammenfassen. Dieser beschreibt vereinfachend das Verhältnis von einfallswinkelbedingter Wirksamkeit und der Wirksamkeit bei orthogonaler Direktstrahlung ($\theta = 0^\circ$) inklusive **Cosinus-Effekt**. Nach [97] entspricht er:

$$\xi_{IAM} = \cos \theta \left(1 + \sin^3 \theta \right) . \quad (2.19)$$

Das Produkt der Auffangfaktoren $\prod \xi_i$ beschreibt den geometrischen Auffangfaktor infolge der einachsigen Sonnennachführung.

Die bisherigen Verluste sind alle entweder durch die beschränkte Sonnennachführung oder durch materialspezifische Eigenschaften bedingt. Sie werden im Rahmen dieser Arbeit als nicht zu vermeidende Verluste behandelt.

Für die bisher beschriebenen Verluste wurde immer der unter Realbedingungen nicht auftretende Fall einer idealen Parabelform des Kollektors vorausgesetzt. Formabweichungen aufgrund spezifischer Beanspruchungen (vgl. Kapitel 3) haben eine Verzerrung der Reflektorfläche zur Folge, welche zu einer Solarstrahlabweichung führt. Diese Abweichungen müssen so gering sein, dass die reflektierte Strahlung das Receiverrohr treffen.

Im Folgenden wird ein Wirksamkeitskriterium zur Beurteilung des optischen Wirkungsgrads für ein möglichst verformungsarmes Tragwerk hergeleitet.

2.3 Wirksamkeitskriterium in Abhängigkeit des Winkelfehlers

Die Herleitung eines optischen Wirksamkeitskriteriums basiert auf einer Bewertung der Strahlabweichung der reflektierten Solarstrahlung zum Receiverrohr, welches auf einer Wichtung des deformationsbedingten Winkelfehlers der Reflektoroberfläche beruht. Die deformierte Fläche muss dabei hinreichend genau approximiert werden, um bereits initiale numerische Fehler zu minimieren. Dazu werden verschiedenen Approximationsansätze analysiert und anhand ihrer Güte bewertet. Mithilfe eines photogrammetrisch vermessenen Demonstratormoduls wird die praktische Anwendbarkeit gezeigt.

2.3.1 Approximation der Reflektoroberfläche

Die Analyse einer deformierten Oberfläche ist maßgeblich durch die Anzahl der vorhandenen Informationen bestimmt. Im Falle eines Parabolrinnenkollektors sind dies die gemessenen bzw. numerisch berechneten Verformungen. Dabei ist die Anzahl und Position der jeweiligen Messpunkte, welche die zu analysierende Oberfläche definieren, von essentieller Bedeutung. Im Falle einer numerischen Simulation am Finite-Elemente Modell werden die

Knoteninformationen, wie Knotenkoordinaten und zugehörige -verschiebungen, herangezogen. Bei einer photogrammetrischen Vermessung eines tatsächlichen Parabolrinnenmoduls werden diese Informationen über Messmarken auf der zu vermessenden Fläche bestimmt. Aufgrund der somit bereits endlichen Datenpunkte muss die tatsächliche Fläche mithilfe eines geeigneten Modells approximiert werden, um die verformte Oberfläche möglichst realitätsgetreu wiederzugeben. Das Wirksamkeitskriterium und somit auch der nötige Approximationsansatz beschränkt sich auf den Parabelquerschnitt, da im Rahmen dieser Arbeit eine Ablenkung der Solarstrahlen in Kollektorlängsrichtung vernachlässigt wird. Diese Ablenkung erfolgt entlang der Fokallinie, sodass etwaige Verluste am Kollektorende oder aufgrund der erweiterten Solarstrahlaufweitung wegen ihres marginalen Anteils nicht berücksichtigt werden.

Zur Approximation der Parabelform werden unterschiedliche Ansätze sowie die Anzahl benötigter Stützstellen untersucht, um die tatsächliche Verformungsfigur möglichst präzise wiederzugeben. Exemplarisch wird die ungestörte Parabel nach Gleichung 2.3 des *EuroTrough*-Kollektors mit einer Öffnungsweite von 5,77 m und einer Fokallänge von 1,71 m (vgl. Tabelle 2.1) durch eine lineare Interpolation, eine C^1 -stetigen kubische Hermiteinterpolation und eine C^2 -stetige Spline-Interpolation angenähert. Auf den Ansatz einer Polynominterpolation insbesondere höherer Ordnung über alle Stützstellen wird verzichtet, um starke Oszillationen zu vermeiden. Die kubische C^2 -Spline-Interpolation zeichnet sich im Gegensatz zur reinen Polynominterpolation dadurch aus, dass lediglich beieinanderliegende Knotenpaare über stetige Polynome dritter Ordnung interpoliert werden, wobei an gemeinsamen Stützstellen benachbarter Polynome jeweils die ersten beiden Ableitungen identisch sind. Die stückweise kubische Hermiteinterpolation (*pchip* – *piecewise cubic hermite interpolating polynomial*) gehört ebenfalls zu den Polynominterpolationen und ist nur einmal stetig differenzierbar. Im Vergleich zur Approximation mithilfe der Spline-Interpolationen ist die *pchip*-Interpolation keinen großen Schwankungen in lokalen Bereichen unterlegen. Dies ist auf die begrenzte Differenzierbarkeit zurückzuführen. In Abbildung 2.7 wird dieser Zusammenhang exemplarisch für die verschiedenen Interpolationsansätze und ihre Ableitungen gezeigt. Während die lineare Interpolation bereits in der ersten Ableitung (gestrichelte Linie) unstetig ist, weisen die ersten Ableitungen der beiden polynomialen Ansätze keine Sprünge auf. Der *pchip*-Ansatz zeigt hier jedoch bereits einen Knick. Dies spiegelt sich in einer unstetigen zweiten Ableitung (gepunktete Linie) wieder. Bei der Spline-Interpolation ist erst die dritte Ableitung unstetig.

Abbildung 2.8 zeigt die Approximation der Parabelform mit den eingeführten Interpolationsansätzen und den daraus resultierenden Abweichungen in y -Richtung Δy und

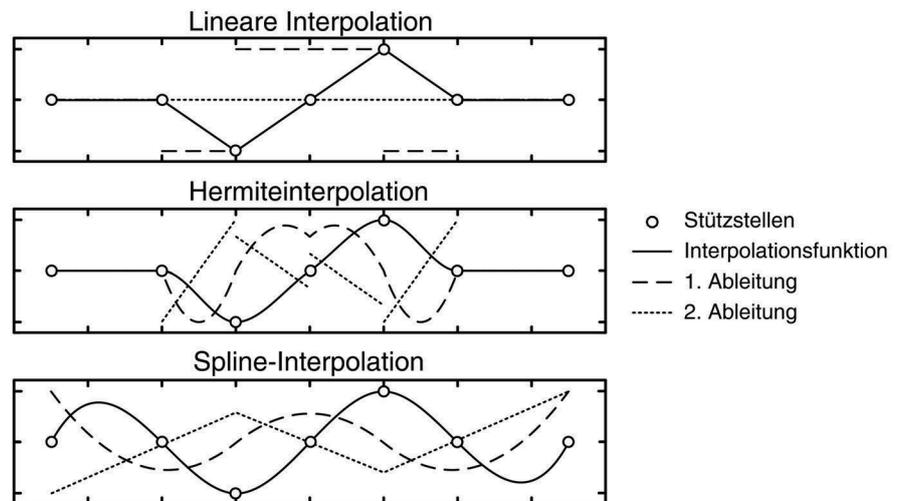


Abb. 2.7: Vergleich von linearer Interpolation, Hermiteinterpolation (*pchip*-Interpolation) und Spline-Interpolation und ihren ersten sowie zweiten Ableitungen

Steigungsfehlern Δm bezogen auf die ideale Parabelform. Im Gegensatz zum vorherigen Beispiel aus Abbildung 2.7 handelt es sich bei der hier untersuchten Parabel um eine glatte Funktion, d. h. ein zweimal stetig differenzierbares Polynom. Dies zeigt sich deutlich bei der Gegenüberstellung von *pchip*- (blau) und Spline-Interpolation (grün). Durch die stückweise Interpolation und der C^1 -Stetigkeit besitzt der *pchip*-Ansatz bereits Abweichungen Δy zur idealen Parabelform von bis zu 1 mm. Diese Abweichung beeinflusst auch den Steigungsfehler Δm , der sich aus dem Unterschied zwischen der interpolierten und der durch die Parabelfunktion gegebenen Steigung ergibt. Der Ansatz einer linearen Interpolation weist hier das größte Defizit auf, welches nur durch eine Erhöhung der Stützstellen reduziert werden kann (vgl. Abbildung 2.9). Die kubische Spline-Interpolation zeigt eine nahezu ideale Approximation der tatsächlichen Parabelform mit numerisch bedingten Steigungsfehlern im zu vernachlässigbaren 10^{-14} -Bereich auch bei geringer Anzahl von Stützstellen auf.

Im Beispiel nach Abbildung 2.8 wurde die Parabelform anhand von 23 Stützstellen approximiert, was einem Stützstellenabstand Δl von ca. 0,30 m entspricht. Eine Analyse des resultierenden Steigungsfehler für 45 ($\Delta l = 0,15$ m) bzw. 89 Stützstellen ($\Delta l = 0,075$ m) ist in Abbildung 2.9 gegeben. Deutliche Verbesserungen der Approximation mit einer erhöhten Stützstellenanzahl sind bei dem *pchip*-Ansatz und der linearen Interpolation zu erreichen, was sich in geringeren Steigungsfehlern widerspiegelt. Der bisher sehr exakte Ansatz einer Spline-Interpolation verändert sich nicht wesentlich bzw. zeigt auch hier

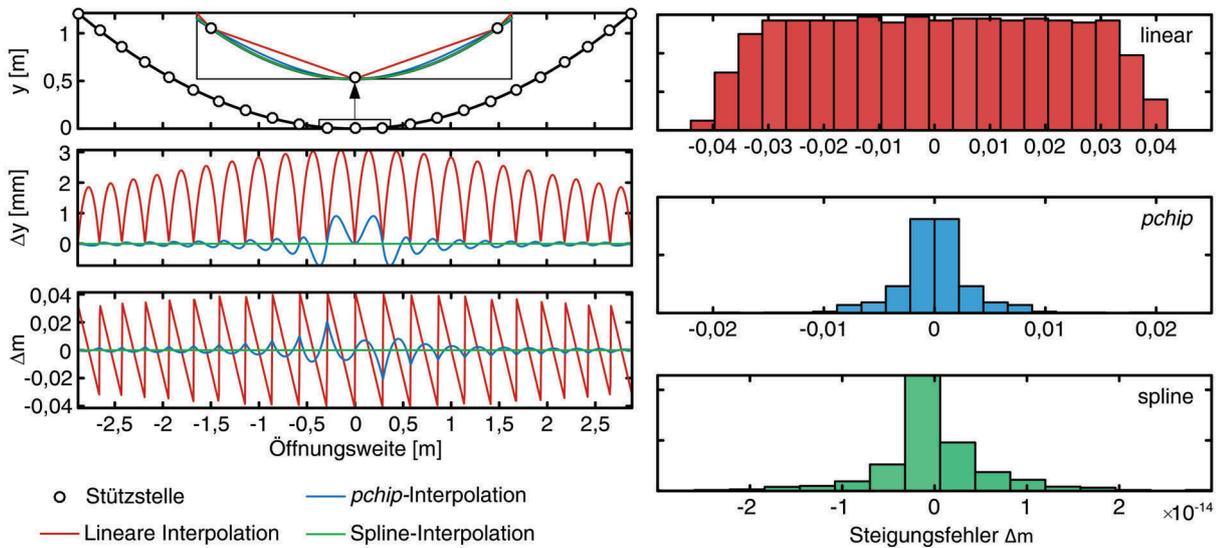


Abb. 2.8: Approximationsansätze der Parabelform eines *EuroTrough*-Kollektors mit resultierender Abweichung Δy und Steigungsfehler Δm (links) mit zugehörigen Häufigkeitsverteilungen (rechts)

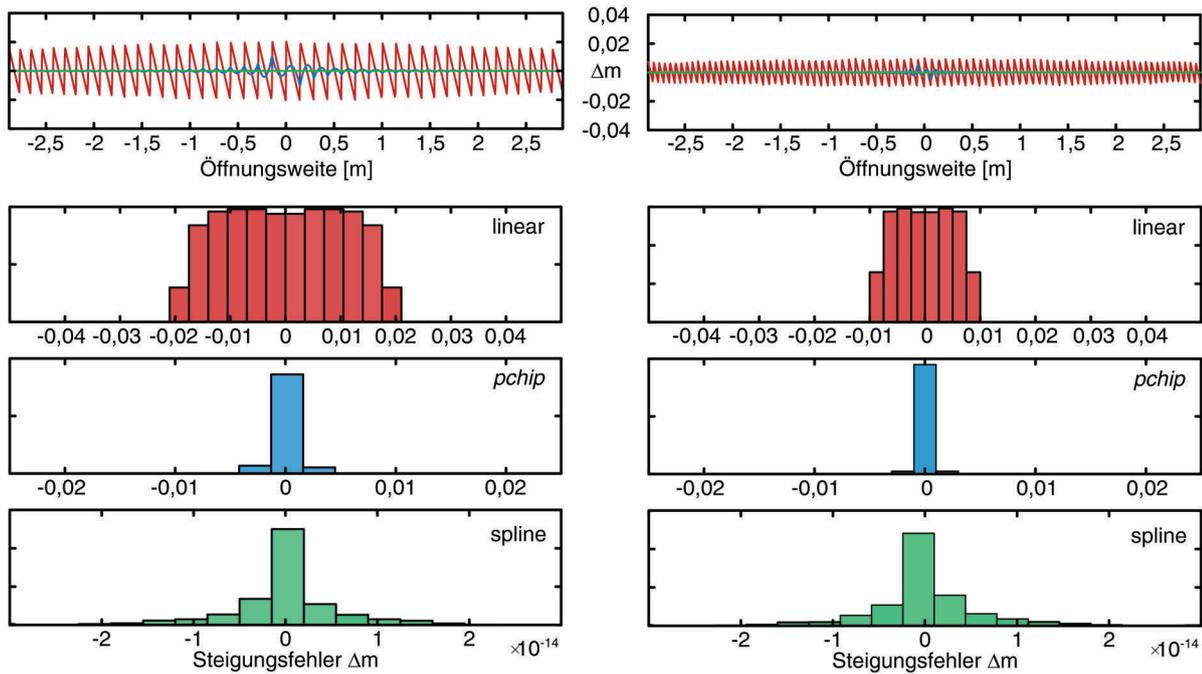


Abb. 2.9: Vergleich der Approximationsansätze für 45 (links) und 89 Stützstellen (rechts) anhand der resultierenden Steigungsfehler

vernachlässigbare Abweichungen.

Die Wahl eines geeigneten Interpolationsansatzes zur Approximation ist nicht immer

eindeutig und hängt von mehreren Faktoren ab. So trägt eine hohe Anzahl an Stützstellen, welche insbesondere beim linearen Ansatz erforderlich sind, zu einer guten Approximation bei. Auch der *pchip*-Ansatz bedarf zur Approximation einer C^2 -stetigen Funktion nach Gleichung 2.3 im Gegensatz zum kubischen Spline-Ansatz mehr Stützstellen. Jedoch kann eine Verformungsfigur, für die keine funktionale Basis nachgewiesen werden kann, mithilfe einer *pchip*-Interpolation anstelle einer Spline-Interpolation möglicherweise genauer angenähert werden, wie es bereits Abbildung 2.7 andeutete. Letztendlich wird die Approximation mittels kubischer Spline-Interpolation als die präziseste hier beschriebene Methode bewertet. Im Anwendungsbeispiel zur Wirksamkeitsanalyse eines Demonstratormoduls (Kapitel 2.4) kann dies bestätigt werden.

2.3.2 Herleitung des Wirksamkeitskriteriums

Die Wirksamkeit des Kollektors hängt im Wesentlichen von ungewollten initialen und beanspruchungsbedingten Verformungen der Reflektoroberfläche eines jeden Moduls ab. Die Lageabweichung bewirkt Steigungsfehler bezüglich einer gegebenen Parabelform und infolgedessen eine Abweichung der reflektierten Strahlung zum Fokuspunkt. Dabei zeigt sich, dass eine Verkrümmung im Gegensatz zu einer kontinuierlichen Verformung der Parabelform den wesentlichen Anteil zur Strahlablenkung beiträgt (Abbildung 2.10). Zur Beurteilung der Wirksamkeit wird eine ideale solare Einstrahlung parallel zur Symmetrieachse der Parabel unterstellt.

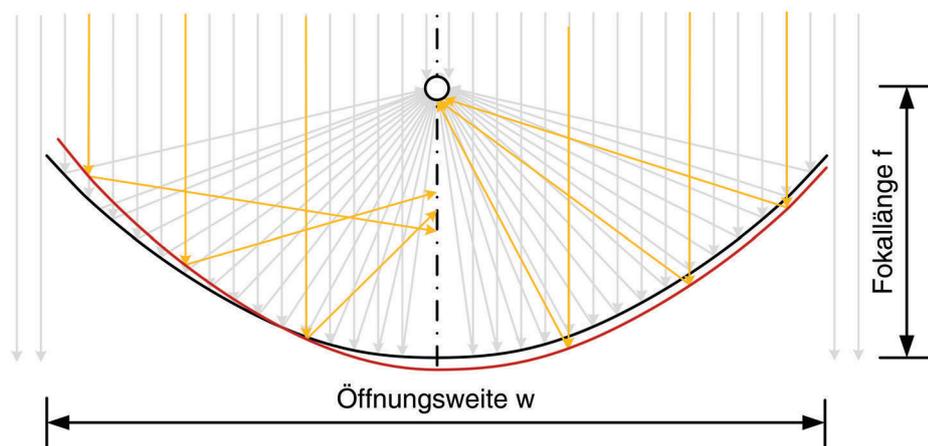


Abb. 2.10: Einfluss einer Verkrümmung (links) und einer kontinuierlichen Verschiebung (rechts) der Parabelform auf die Solarstrahlenkonzentration

Um die Strahlabweichung zum Fokuspunkt zu bestimmen, ist also maßgeblich der Steigungsfehler Δm der deformierten Parabelform entscheidend. Anhand des Steigungsfehlers kann der Winkelfehler der Solarstrahlenabweichung (*slope error*) bestimmt werden, der die geometrische Ablenkung eines reflektierten Solarstrahls definiert. Der Winkelfehler der verformten Reflektorfläche entspricht dabei dem halben Winkelfehler θ der Strahlabweichung gemäß der Bedingung, dass der Einfallswinkel der reflektierten Strahlung entspricht. Um den Einfluss des Winkelfehlers auf die Wirksamkeit des Kollektors zu überführen, ist in [15] eine Akzeptanzfunktion der Strahlabweichung $f_{PT}(\theta)$ für Parabolrinnen mit zylindrischem Receiver definiert. Diese Funktion wichtet die reflektierte Solarstrahlung anhand ihres Winkelfehlers θ und die Kollektorgeometrie (Abbildung 2.11), welche eindeutig über den Öffnungswinkel φ_r und den Konzentrationsgrad C (vgl. Gleichung 2.8) definiert ist.

$$f_{PT}(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{für } |\theta| < \theta_1 \\ \cot \frac{\varphi_r}{2} \left(\frac{2 \tan(\frac{\varphi_r}{2})}{C\theta} - 1 \right)^{1/2} & \text{für } \theta_1 < |\theta| < \theta_2 \\ 0 & \text{für } |\theta| > \theta_2 \end{cases} \quad (2.20)$$

mit: $\theta_1 = \frac{\sin \varphi_r}{C}$
 $\theta_2 = \frac{2 \tan \frac{\varphi_r}{2}}{C}$

Hierbei entspricht der sogenannte *Akzeptanzhalbwinkel* θ_1 dem Winkel, für den die am Parabelrand ($x_\theta = w/2$) reflektierten Solarstrahlen gerade noch das Receiverrohr tangential treffen. Für alle Winkel $|\theta|$ kleiner θ_1 treffen die reflektierten Strahlen den Receiver und werden voll gewichtet. Der Winkelfehler θ_2 stellt das Pendant zu θ_1 dar, allerdings für den Scheitel der Parabel ($x_\theta = 0$). Für jeden Winkelfehler $|\theta|$ größer θ_2 wird das Receiverrohr verfehlt. Dazwischen wird mithilfe der Akzeptanzfunktion $f_{PT}(\theta)$ (Gleichung 2.20) zwischen 1 (volle Wirksamkeit) und 0 (keine Wirksamkeit) gewichtet. Eine Herleitung ist im Anhang A.1 gegeben.

Die unterschiedlichen Verläufe der durch die Kollektorgeometrie bedingten Akzeptanzfunktion ist exemplarisch für einige typische Parabolrinnenkollektoren in Abbildung 2.12 für positive Winkelabweichungen dargestellt. Es zeigt sich, dass mit erhöhtem Konzentrationsfaktor C (vgl. Tabelle 2.1) kleinere Fehlerhalbwinkel θ_1 und θ_2 eingehalten werden

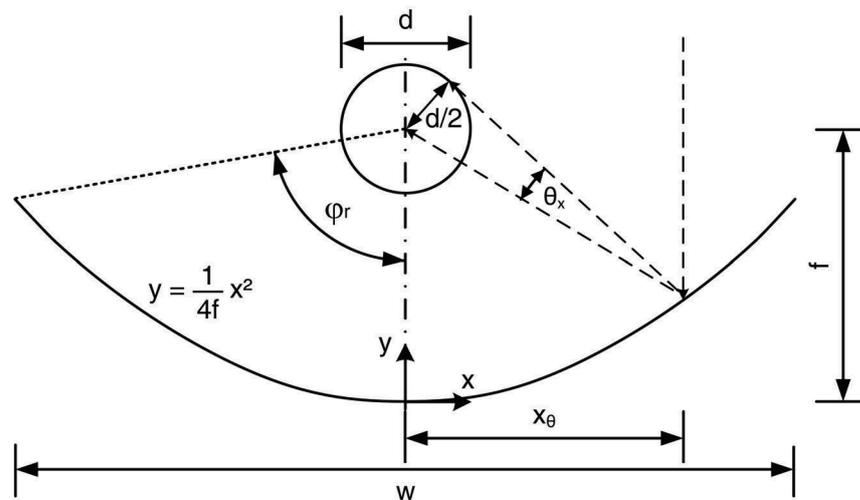


Abb. 2.11: Geometrische Beziehung zur Herleitung der Akzeptanzfunktion einer Parabolrinne mit zylindrischem Receiver

müssen, um eine möglichst volle Wirksamkeit zu erreichen.

Da bei diesem Ansatz im Gegensatz zur aufwändigeren, direkten Strahlverfolgung (*ray-tracing*) [32] die Bewertung des Winkelfehlers ortsunabhängig erfolgt, ist er als mäßig konservativ zu bezeichnen. Manche Strahlabweichungen können dabei zu gering gewichtet werden. Andere Abweichung aus den im Kapitel 2.2 dargestellten optischen Verlusten werden so bereits zum Teil relativiert. Anders ist dies bei der geometrischen Strahlverfolgung, welche zwar dem winkelfehlerbedingten Ansatz zugrunde liegt (vgl. Gleichung A.2), bei der jedoch eine direkte, ortsabhängige Überprüfung, ob die reflektierten, abgelenkten Strahlen das Absorberrohr treffen, erfolgt. Hierbei wird der Abstand zum Fokuspunkt mit

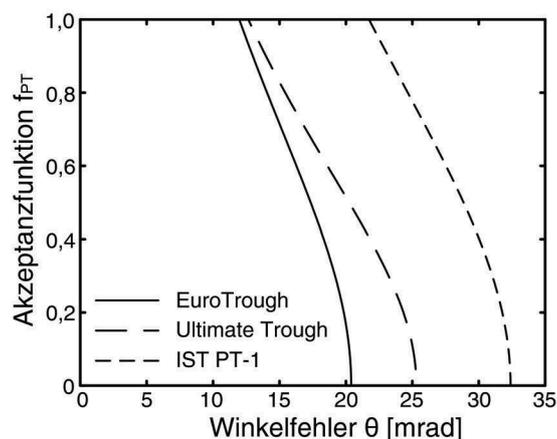


Abb. 2.12: Akzeptanzfunktionen f_{PT} für verschieden Parabolrinnenkollektoren

dem halben Receiverrohrdurchmesser entweder mit 1 (trifft das Receiverrohr) oder 0 (trifft das Receiverrohr nicht) gewichtet [59]. Das vakuum erzeugende, wärmestromverringende Hüllrohr hat bei beiden Ansätzen keinen Einfluss auf die optische Wirksamkeit.

Zur Beurteilung der mittleren, globalen Wirksamkeit eines Moduls bzw. Kollektors müssen die bisher lokal ermittelten Wirksamkeiten über die komplette, projizierte Reflektorfläche, d. h. die Aperturfläche A , integriert werden. Die so ermittelte optische Wirksamkeit $\eta_{opt,0,slope}$ setzt eine orthogonale Einstrahlung sowie ausschließlich optische Verluste aus dem Steigungsfehler der Reflektorfläche und daraus resultierende Winkelfehler der reflektierten Solarstrahlen voraus. Im Weiteren wird die so bestimmte Wirksamkeit vereinfachend als η bezeichnet. Da in der Regel jedoch nur numerische Informationen der Knotenpunkte bzw. Messstellen zur Verfügung stehen, werden wie in Kapitel 2.3.1 die vorhandenen Knotenkoordinaten über die Öffnungsweite mithilfe von einer erhöhten Anzahl an approximierten Knoten n_{appr} bestimmt. Für jedes benachbarte Knotenpaar wird der Steigungsfehler und respektive die lokale Wirksamkeit ermittelt. Für die Anzahl an Knotenreihen in Längsrichtung n_l entspricht die globale Wirksamkeit η des Kollektors der Summe der lokalen Wirksamkeiten geteilt durch ihre Quantität.

$$\eta = \frac{1}{A} \iint_A f_{PT}(\theta) dA \cong \frac{1}{(n_{appr} - 1)n_l} \sum_{j=1}^{n_l} \sum_{i=1}^{n_{appr}-1} f_{PT,ij}(\theta) \quad (2.21)$$

Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 2.13 die grafische Umsetzung einer Wirksamkeitsanalyse dargestellt. Exemplarisch wurde hier eine fiktive Verteilung von Winkelfehlern θ am Beispiel eines *EuroTrough*-Kollektor ausgewertet. Die Verteilung der Winkelfehler θ ist dabei über seine Häufigkeit als Histogramm gegeben und wird mit der einhüllenden Akzeptanzfunktion (rot) überlagert. Dabei gibt die gestrichelte Linie den ersten Grenzwert als *Akzeptanzhalbwinkel* θ_1 nach Gleichung 2.20 an. Das heißt, dass der Bereich des Winkelfehlers innerhalb der gestrichelten Linie zu 100 % der Wirksamkeit angerechnet wird. Nach der gestrichelten Linie nimmt die Akzeptanzfunktion ab, bis sie ab dem Fehlerwinkel θ_2 den Wert 0 annimmt. In der linken, oberen Ecke ist die nach Gleichung 2.21 bestimmte gesamte, optische Kollektorwirksamkeit angegeben. Weiterhin wird die Häufigkeitsverteilung des Winkelfehlers mit einer Normalverteilung überlagert, welche sich aus dem Mittelwert μ (vgl. Gleichung 3.58) und der Standardabweichung σ (vgl. Gleichung 3.59) der Häufigkeitsverteilung ergibt. Diese beiden statistischen Werte sind zusätzlich in der rechten, oberen Ecke angegeben und dienen der Spezifizierung der Wirksamkeitsbewertung. Sie werden als Charakteristika zu späteren Vergleichszwecken verschiedener Systeme

herangezogen.

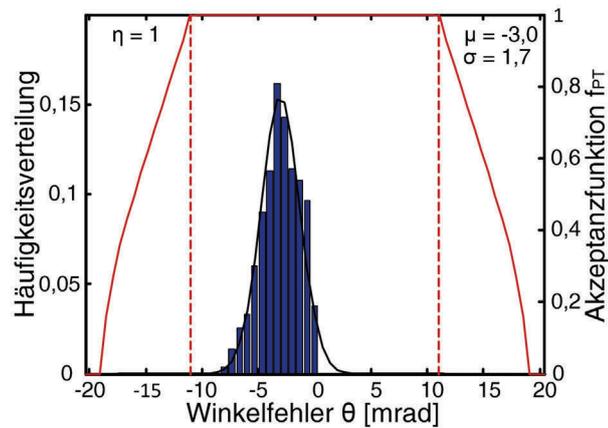


Abb. 2.13: Beispielhafte Wirksamkeitsbewertung anhand des Winkelfehlers θ am Beispiel eines *EuroTrough*-Kollektors

Ein anderer Ansatz, der auf einer direkten Bestimmung der Fokalabweichungen FDx_i (*focal deviations*) in transversaler Richtung beruht, ist in [95] gegeben. Bei diesem Ansatz wird der Vergleichswert FDx eingeführt, der dem quadratischen Mittel im Bezug auf die jeweiligen, projizierten Einzugsflächen a_i der reflektierten Strahlung entspricht.

$$FDx = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(FDx_i^2 \cdot \frac{a_i}{A} \right)} \quad (2.22)$$

Über die Fokalabweichung FDx geteilt durch die doppelte, mittlere Fokallänge f_m ist auch der Steigungsfehler SDx (*slope deviation*) des Reflektors definiert, welcher als Vergleichsmaß dient.

$$SDx = \frac{FDx}{2f_m} \quad f_m = \sum_{i=1}^n \left(f_i \cdot \frac{a_i}{A_{ges}} \right) \quad (2.23)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Wirksamkeit über die Winkelfehler der Solarstrahlabweichung bestimmt, sodass dieser Ansatz der Vergleichswerte nicht weiter verfolgt wird.

2.4 Optische Wirksamkeitsanalyse am Beispiel eines Demonstratormoduls

In Anlehnung an den kleinformatischen Kollektor IST PT-1 [73] auf dem Prüfstand SOPRAN des DLR entstand im Labor für konstruktiven Ingenieurbau an der Technischen Universität Kaiserslautern ein Großdemonstrator (Abbildung 2.14) in Betonbauweise [112]. Das Demonstratormodul besitzt eine Länge von $l = 3,20$ m bei einer Öffnungsweite von $w = 2,205$ m. Die Schalendicke beträgt lediglich 3 cm im Parabelscheitel und verjüngt sich zum Rand hin auf 2 cm. Die Lagerung ist eine patentrechtlich geschützte Auflagerkonstruktion [157], welche aus zwei gegeneinander abrollende Kreissegmente mit einem Radius entsprechend der Fokallänge besteht. Dadurch bleibt der Schwerpunkt des Querschnitts bei der Sonnennachführung auf einer horizontalen Linie, sodass theoretisch keine hebenden oder senkenden Kräfte für den Antrieb erforderlich sind. Für die Betonage wurde ein hochfester Feinkornbeton verwendet (vgl. Kapitel 3.4.1), der aufgrund seiner Zusammensetzung die hohen Anforderungen an eine akkurate Oberfläche erfüllt. Als Schalung diente ein unikal angefertigter Polystyrolkern mit selbstklebender Folie als Schalhaut. Die Verspiegelung erfolgte mit 0,5 mm starken, PVD-beschichteten (*physical vapour deposition*) Aluminiumblechen, da sie trotz eines vergleichsweise geringen Reflexionsgrads von 87 % eine einfachere Applizierbarkeit als Silberglasreflektoren mit größerer Eigensteifigkeit aufweisen. Eine ausführliche Beschreibung der Herstellung ist in [111, 112] gegeben.

Zur Kontrolle der Maßhaltigkeit ist die Spiegelfläche anhand von 200 expliziten Messmarken – 20 über den Querschnitt in 10 Schnitten – (Abbildung 2.15) mittels Photogrammetrie [121, 145] vermessen worden. In der Mittagsposition – Parabelöffnung Richtung Zenit – wurden so explizite 3D-Koordinaten generiert.

In Relation zur Sollgeometrie, definiert durch eine Fokallänge von 0,78 m, wurden die Verformungen zur idealen Parabelform ermittelt und durch kubische Spline-Interpolation für die gesamte Apertur approximiert. Dabei wurden die gemessenen Verformungen über den Querschnitt mithilfe von jeweils $n_{appr} = 201$ neuen Stützstellen der Approximationsfunktion bestimmt. Abbildung 2.16 zeigt anhand dieser Verformungen, welche sich maßgeblich im Bereich von ± 5 mm befinden, den resultierenden Winkelfehler der Spiegeloberfläche. Außerdem ist auch die lokale Wirksamkeit über die Apertur sowie die Häufigkeitsverteilung mit umhüllender Akzeptanzfunktion gegeben. Es wird ersichtlich, dass insbesondere in den Randbereichen hohe Winkelfehler auftreten, wodurch keine volle Wirksamkeit ($\eta = 0,91$) erreicht wird. Dies ist insbesondere auf eine wahrscheinlich

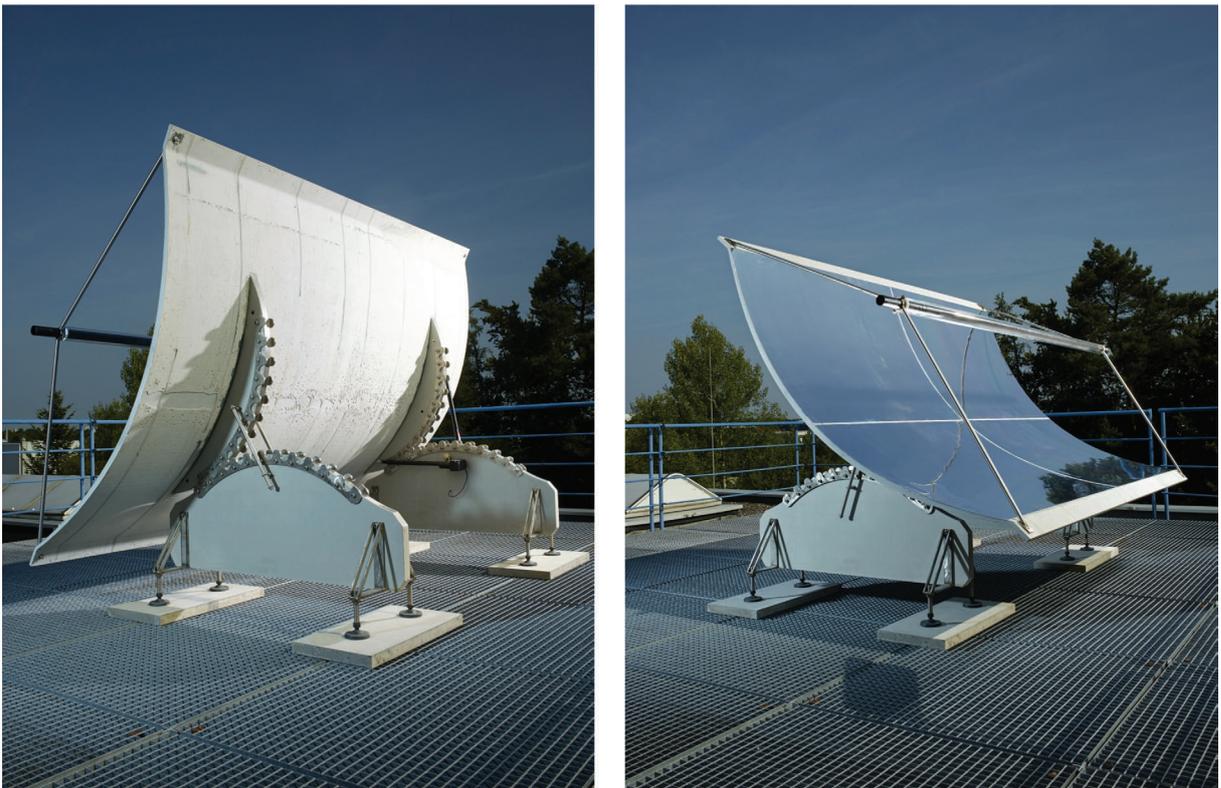


Abb. 2.14: Großdemonstrator an der Technischen Universität Kaiserslautern

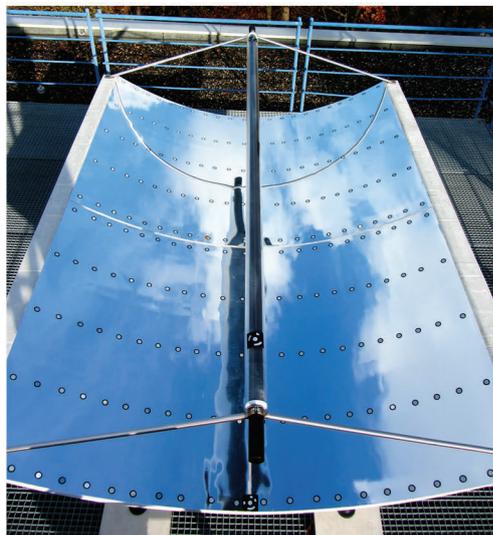


Abb. 2.15: Großdemonstrator mit 200 Messmarken

bei der Herstellung entstandene Grundverformung, charakterisiert durch eine mittige Aufwölbung der Oberfläche mit hängenden Eckbereichen, sowie einer leichten Tordierung zuzuschreiben. Diese initiale Verformung spiegelt sich in einem Mittelwert des Winkelfeh-

lers von $\mu = 11,2$ mrad wieder. Ein weiterer Aspekt ist die Welligkeit der Spiegelfläche, welche an einer hohen Standardabweichung von $\sigma = 12,9$ mrad festzustellen ist. In [60] wurde der herstellungsbedingte, mittlere Fehler rechnerisch eliminiert und infolge dessen konnte eine volle Wirksamkeit nachgewiesen werden.

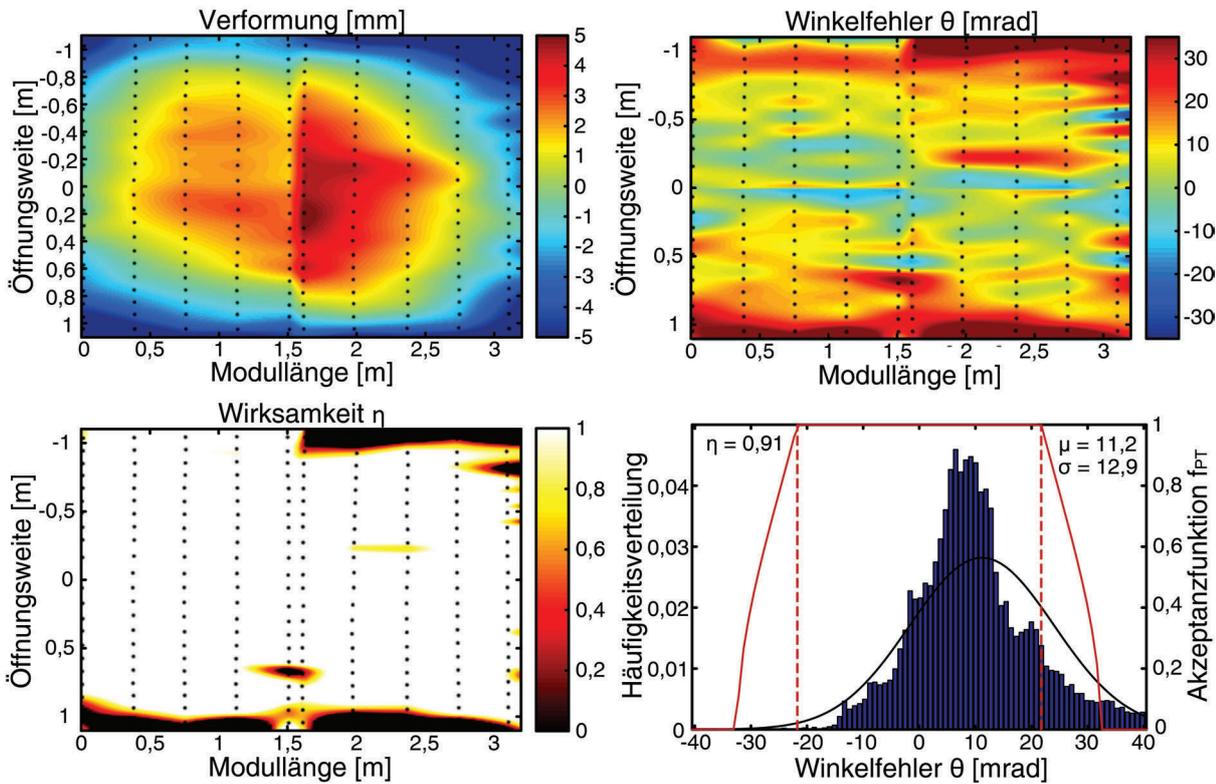


Abb. 2.16: Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators mittels Spline-Approximation

Im Anhang A.2 sind entsprechenden Wirksamkeitsanalysen sowohl für den Ansatz einer linearen als auch einer *pchip*-Approximation gegeben. Die maßgeblichen Ergebnisse und Vergleichsgrößen sind in Tabelle 2.2 komprimiert zusammengefasst.

Tab. 2.2: Vergleich der Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators für verschiedenen Approximationsansätze

Approximations- ansatz	Wirksamkeit η [-]	Mittelwert μ [mrad]	Standardabweichung σ [mrad]
lineare Interpolation	0,52	15,8	36,6
<i>pchip</i> -Interpolation	0,87	12,2	14,6
Spline-Interpolation	0,91	11,2	12,9

Es wird deutlich, dass mit steigender Stetigkeit des Approximationsansatzes eine höhere

Wirksamkeit bei gleichzeitig geringeren Streuungen des Winkelfehlers nachgewiesen werden. Bei dem Ansatz mit linearer Interpolation ist aufgrund der geringen Anzahl von 20 über den Querschnitt verteilten Stützstellen, was einem mittlerem Abstand von ca. 10 cm zwischen den benachbarten Messmarken entspricht, die geringste Wirksamkeit auszumachen. Ursache dafür ist die hier zwischen den Messstellen nicht ausreichend genaue Approximation, die zu erheblichen Winkelfehlern durch den linearen Modellansatz führt und die vorhandene Verformung sowie den daraus resultierenden Winkelfehler nicht wirklichkeitsgetreu wiedergibt (Abbildung A.2). Eine im Vergleich zum Spline-Ansatz ca. dreifach höhere Standardabweichung des Winkelfehlers von $\sigma = 36,6$ mrad belegt diese Interpretation. Der C^1 -stetige *pchip*-Ansatz mit einer resultierenden Wirksamkeit $\eta = 0,87$ weist ähnliche Wirksamkeitsverluste am Rand des Demonstrators wie beim Spline-Ansatz auf. Darüber hinaus kommt es auch hier, wie im Falle der Parabelapproximation (vgl. Abbildung 2.8), zu approximationsbedingten, oszillierenden Winkelfehlern im Bereich des Parabelscheitels. Trotz einer möglicherweise genaueren Approximation in den Randbereichen mit dem *pchip*-Ansatz (vgl. Abbildung 2.7) wird der Approximationsansatz mittels Spline-Interpolation als grundsätzlich genauer angesehen und bevorzugt genutzt, wie für die Auswertung der numerischen Modelle in Kapitel 5.

3 Spezifische Einwirkungen und Verformungsansätze

Parabolrinnenkollektoren haben die primäre Aufgabe, die direkte Solareinstrahlung auf das in der Brennlinie befindliche Absorberrohr über den gesamten Tagesverlauf zu fokussieren. Neben herstellungs- und materialbedingten Verformungen muss eine Vielzahl von Lastfällen aufgrund der Kollektorauslenkung bei der Planung und Dimensionierung beachtet werden. Auslenkungsbedingte Beanspruchungen resultieren sowohl aus Eigenlasten als auch aus Windlasten, die stark von der Interaktion zwischen Bauteil und Windanströmungen abhängen. Aber auch Temperatureinwirkungen, z. B. im Hinblick auf ein Wüstenklima mit großen Temperaturdifferenzen zwischen Tag und Nacht, beeinflussen die Formtreue der Kollektoroberfläche. Initiale Vorverformungen, die mögliche Schalungs- bzw. Herstellungsungenauigkeiten repräsentieren, werden mittels stochastischem Ansatz korrelierter Zufallfelder ermittelt. Zusätzliche zeitabhängige Kriech- und Schwindprozesse werden mit geeigneten, abgeleiteten Modellen berücksichtigt. Grundsätzlich wird zwischen den beiden Zuständen

- (i) Regelbetrieb – Sicherstellung der Solarstrahlenkonzentration unter gemäßigten Windbedingungen
- (ii) Starkwindzustand – Sicherstellung ausreichender Tragfähigkeit unter orkanartigen Windbeanspruchungen in *Schutzposition*

unterschieden.

3.1 Windlasten

3.1.1 Grundlagen der Gebäudeaerodynamik

Bemessungsrelevante Ansätze für Windbeanspruchungen auf Gebäude sind in den jeweiligen nationalen und internationalen Normen geregelt (z. B. [45]). Die dabei ermittelten Einwirkungen, welche zur Bemessung von Tragstrukturen herangezogen werden, unterliegen großen Vereinfachungen, da eine normative Auslegung jeglicher Gebäudeformen und -abmessungen weder möglich noch sinnvoll ist. Diese Vereinfachungen gelten meist als konservativ und können die tatsächlich auftretenden Beanspruchungen weit übersteigen. Bei möglichen Wechselwirkungen mit bestehender Bebauung kann aber auch eine Unterschätzung der Beanspruchungen erfolgen. Daher sind ergänzend zu den allgemeinen Ansätzen im Eurocode 1, Teil 1-4 Windlasten [45] Belastungsansätze, die auf hinreichend genau modellierten Versuchen in einem geeigneten atmosphärischen Grenzschichtwindkanal beruhen, erlaubt, um eine genauere Erkenntnis der Windlastverteilung auf Tragwerke zu erlangen. Auf diese Art können die sich tatsächlich einstellenden Windbeanspruchungen ermittelt werden. Das ist insbesondere bei Tragstrukturen von Vorteil, die sich in ihrer Geometrie deutlich von herkömmlichen Tragwerken abgrenzen und nicht hinreichend schematisch an bestehende, normativ erfasste Formen angepasst werden können.

Atmosphärische Grenzschicht

Durch Erwärmung und Abkühlung der Erdoberfläche entstehen Hoch- und Tiefdruckgebiete. Als Ausgleich dieser barometrischen Druckunterschiede der Atmosphäre bewegen sich die Luftteilchen aus dem Gebiet hohen Luftdrucks in Gebiete niedrigen Luftdrucks und erzeugen so natürlichen Wind. Dieser nimmt aufgrund der Bodenrauigkeit zur Erdoberfläche hin ab, wodurch sich eine atmosphärische Grenzschicht ausbildet. Die Grenzschichthöhe z_G ist dabei von der Oberflächenrauigkeit des Bodens abhängig. Je rauher, z. B. durch Bebauung o.ä., desto höher ist die Grenzschicht. Aufgrund der Haftbedingung beträgt die mittlere Windgeschwindigkeit \bar{u} am Boden null, bis sie in der Grenzschichthöhe z_G wieder die Geschwindigkeit des Gradientenwindes \bar{u}_G erreicht [85]. Dabei lässt sich die Grenzschicht in eine wenige Millimeter starke, laminare und eine turbulente Grenzschicht, welche sich wiederum aus der Eckman- und Prandtl-Schicht zusammensetzt, unterteilen (Abbildung 3.1).

Die Geschwindigkeit der Grenzschichtströmung ist aufgrund der Turbulenz Schwankungen unterlegen, sodass für die drei Raumrichtungen x, y, z sich die äquivalenten Geschwin-

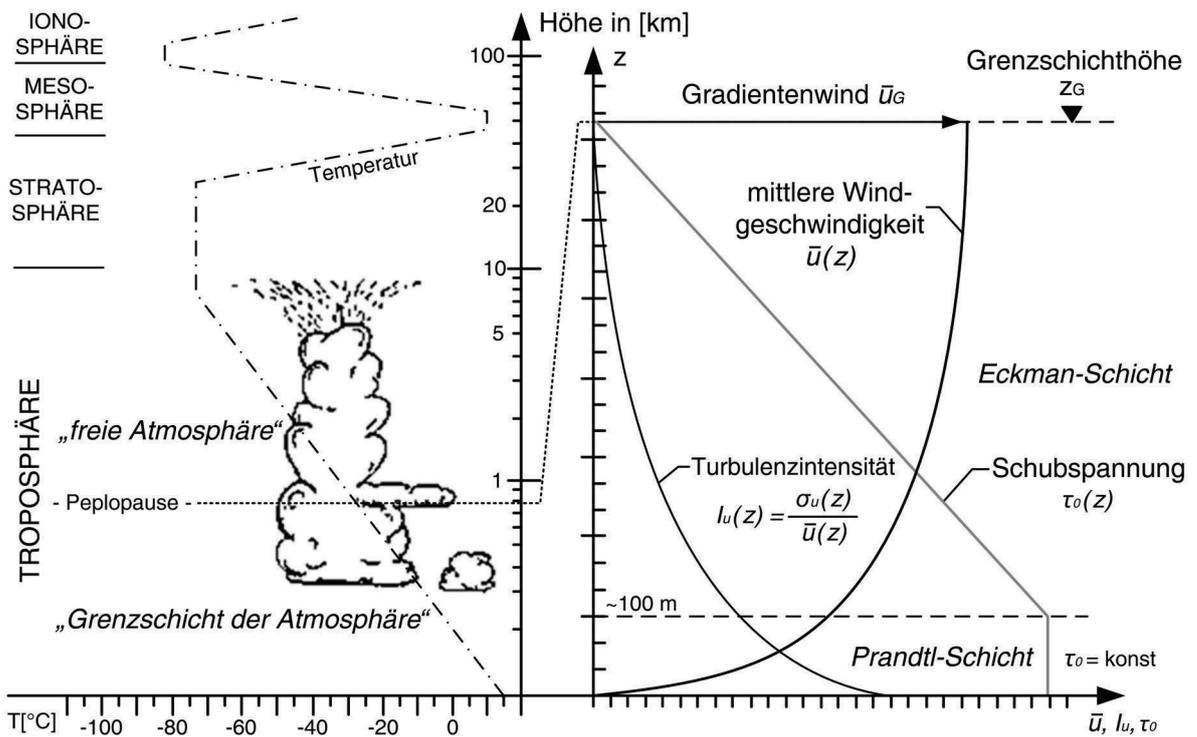


Abb. 3.1: Gliederung der Atmosphäre und Eigenschaften der Grenzschicht nach [85]

digkeiten u, v, w aus der jeweiligen mittleren Geschwindigkeit $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ und dem zugehörigen Schwankungsanteil u', v', w' zusammensetzen. Kennzeichnet die x -Koordinate die Hauptwindrichtung, ist der Geschwindigkeitsvektor $\mathbf{V}(t)$ wie folgt definiert:

$$\mathbf{V}(t) = \begin{pmatrix} \bar{u} + u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Die Schwankungen definieren in Bezug zur mittleren Geschwindigkeit die Turbulenzintensität I_u , welche von der Bodenoberfläche – mit großen Wirbelbildungen in Abhängigkeit der Rauigkeit – bis zur Grenzschichthöhe abnimmt und die Bögigkeit des Windes wiedergibt. In longitudinaler Richtung beschreibt sie das Verhältnis der Standardabweichung σ_u der Windfluktuation u' zur mittleren Windgeschwindigkeit \bar{u} .

$$I_u = \frac{\sigma_u}{\bar{u}} \quad (3.2)$$

Analog sind die Turbulenzintensitäten in den anderen Raumrichtungen definiert.

Das mittlere Geschwindigkeitsprofil $\bar{u}(z)$ lässt sich anhand eines analytischen Ansatzes mittels *Logarithmischem Modell* oder empirischem Ansatz mittels *Potenzgesetz* beschreiben. Das *Logarithmische Modell* besitzt seine Gültigkeit in der Prandtl-Schicht (ca. 15 % der Grenzschichthöhe), in der die Schubspannung τ_0 als konstant angenommen wird. Herleitungen des analytischen Windprofils in Abhängigkeit der Reynold'schen scheinbaren Schubspannung sind beispielsweise in [80, 85] zu finden. Es folgt für das logarithmische Geschwindigkeitsgesetz:

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z - d_0}{z_0} \right) \quad (3.3)$$

mit: $u_* = \sqrt{\tau/\rho}$ – Schubspannungsgeschwindigkeit
 $\kappa = 0,4$ – Kármán-Konstante

Dieses ist u. a. charakterisiert durch den sogenannten Nullhöhenversatz d_0 , welcher dem Versatz des Geschwindigkeitsprofils durch Bebauung entspricht, und der Rauigkeitshöhe z_0 , welche einen zusätzlichen Versatz infolge des Reibungseinflusses der Geländeoberfläche beschreibt.

Ein weitaus praktikabler Ansatz ist das empirische *Potenzgesetz*. Hierbei wird das Grenzprofil mithilfe des Exponenten α – das Äquivalent zu z_0 im logarithmischen Modell und Maß für die Oberflächenrauigkeit [36] – und in Bezug auf eine Referenzhöhe z_{ref} gebildet.

$$\frac{\bar{u}(z)}{\bar{u}(z = z_{ref})} = \left(\frac{z - d_0}{z_{ref}} \right)^\alpha \quad (3.4)$$

Ein solches Windprofil lässt sich an gemessenen Werten validieren und im Windkanal einstellen. Dieser Ansatz hat seine Gültigkeit über die komplette Grenzschichthöhe, wobei das logarithmische Modell im Bereich der Prandtl-Schicht besser geeignet ist. Aufgrund seiner Praktikabilität findet das mittlere Geschwindigkeitsprofil nach dem Potenzgesetz (Gleichung 3.4) weite Anwendung, z. B. bei experimentellen Untersuchungen im Grenzschichtwindkanal der Ruhr-Universität Bochum.

Aerodynamische Bauwerksbelastung

Die Belastung, die ein Bauwerk infolge Windströmung erfährt, hängt von der Umströmung und ihrer Interaktion mit dem Bauwerk ab (Abbildung 3.2). Sie ist also beeinflusst

durch die Stärke und die Richtung des Windes sowie durch die Bauwerksgeometrie. Trifft die Strömung frontal auf eine Fläche entsteht eine Druckbelastung, während die Windgeschwindigkeit verlangsamt wird. Die daraus resultierende Druckverteilung wird mithilfe der dimensionslosen Druckbeiwerte c_p beschrieben. Durch Verwirbelung des Windes werden aber auch Sogbereiche erzeugt. Insbesondere auf windabgewandten Flächen, wie z. B. Gebäuderückseiten, entsteht ein relativ kontinuierlicher Unterdruck. Im Gegensatz zu Druckbereichen, die im zeitlichen Mittel einen Druckbeiwert von maximal 1 erreichen, ist der mittlere atmosphärische Beiwert $c_{p,mean}$ für den Sogbereich theoretisch unbegrenzt.

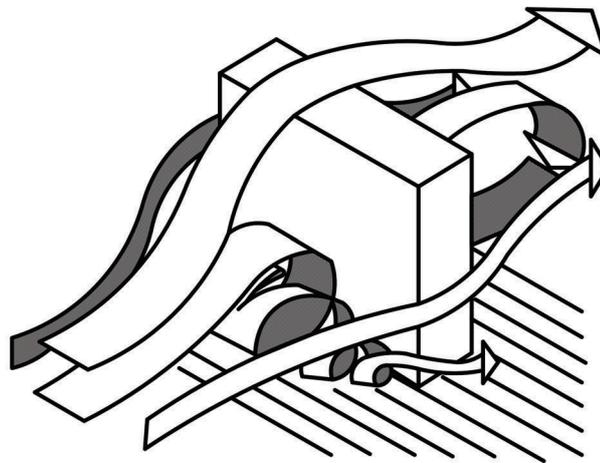


Abb. 3.2: Umströmung eines Baukörpers nach [162]

Die Druckbeiwerte lassen sich dabei aus der Druckdifferenz des vorhandenen Gesamtdrucks p abzüglich eines Referenzdrucks p_{ref} im Verhältnis zum Referenzstaudruck q_{ref} bestimmen. Der Referenzstaudruck errechnet sich aus der Referenzgeschwindigkeit u_{ref} . Durch den Bezug auf eine Referenzhöhe ist der Druckbeiwert c_p nach Gleichung 3.5 normiert, sodass die Möglichkeit einer Überführung auf andere Windverhältnisse besteht.

$$c_p = \frac{p - p_{ref}}{q_{ref}} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho u_{ref}^2} \quad (3.5)$$

mit: $\rho = 1,25 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ – Dichte der Luft

Als Referenzdruck dient i. d. R. der atmosphärische Druck, sodass für einen auf das Bauteil anliegenden Druck, der kleiner als der atmosphärische Druck ist, eine Sogwirkung festgestellt wird. Für eine Definition der Gesamlast auf die außenliegende Seite eines zu untersuchenden Tragwerks ergibt sich für den Netto-Druckbeiwert $c_{p,net}$ unter Berücksichtigung der Außen- und Innendruckbeiwerte ($c_{p,e}$ und $c_{p,i}$) und der nach [45,46] definierten

Vorzeichenkonvention folgender Zusammenhang:

$$c_{p,net} = c_{p,e} - c_{p,i} \quad (3.6)$$

Im Falle eines Parbolrinnenkollektors bzw. -moduls als schlankes Bauteil entfällt der innere Druckbeiwert. Der resultierende Netto-Druckbeiwert auf die Kollektorfläche entspricht somit der Differenz der beiden Druckbeiwerte auf Vorder- und Rückseite.

Ähnlichkeitskriterien im Windkanal

Aufgrund der beschriebenen sehr komplexen Strömungsvorgänge müssen bei Untersuchungen am Modell ähnliche Bedingungen wie für das reale Tragwerk herrschen. Die Gewährleistung der Übertragbarkeit von Modellergebnissen auf die Natur wird durch die maßstäbliche Miniaturisierung der für den Strömungsvorgang charakteristischen Größen, wie Geometrie und Zeit, erreicht. Im Allgemeinen lässt sich der Ähnlichkeitsmaßstab als Verhältnis zwischen Modell und Natur betrachten. Der geometrische Maßstab λ_{geom} entspricht demnach dem Verhältnis der Aperturen von Modell und Originaltragwerk.

$$\lambda_{geom} = \frac{L_{Modell}}{L_{Natur}} \quad (3.7)$$

Gleiches gilt für die Anströmungssituation. Da für eine maßstäbliche Übertragung der Reynoldszahl (Gleichung 3.8) – verhält sich analog zum geometrischen Maßstab – nicht zu erreichende Strömungsgeschwindigkeiten im Modell gefordert werden, darf im Modell eine geringere Reynoldszahl Re vorherrschen, solange eine mechanisch ähnliche Strömung erreicht wird [65, 80].

$$Re = \frac{L_{ref} \cdot u_{ref}}{\nu} \quad (3.8)$$

mit:	L_{ref}	– Referenzlänge
	u_{ref}	– Referenzgeschwindigkeit
	ν	– Viskosität der Luft

Zudem ist eine Ähnlichkeit zum vertikalen Windprofils der atmosphärischen Grenzschicht gefordert, sodass für den Rauigkeitsfaktor α nach Gleichung 3.4 gilt:

$$\alpha_{Modell} = \alpha_{Natur} \quad (3.9)$$

Dies wird durch rauhigkeitsfördernde Bodenelemente und Turbulenzgeneratoren im Windkanal sichergestellt. Ein weiterer Aspekt ist der Verbaugrad im Windkanal durch das Modell, der nach [77] <5 % betragen soll. Dies ist für die Windkanalversuche sowohl an einzelnen Kollektormodulen als auch für Modulreihen erfüllt [153].

Neben den geometrischen Ähnlichkeiten des Modells und der Anströmungssituation ist der zeitliche Maßstab zu beachten. Mithilfe der Taylor-Hypothese [150] lässt sich die Dauer T eines Luftteilchens mit der Distanz L unter einer mittleren Geschwindigkeit \bar{u} in Verbindung bringen [85]. Unter der Bedingung

$$\left(\frac{T_{ref} \cdot \bar{u}_{ref}}{L_{ref}} \right)_{Natur} = \left(\frac{T_{ref} \cdot \bar{u}_{ref}}{L_{ref}} \right)_{Modell} \quad (3.10)$$

folgt für den Zeitmaßstab:

$$\lambda_T = \frac{T_{Modell}}{T_{Natur}} = \frac{\frac{L_{Modell}}{\bar{u}(h_{Modell})}}{\frac{L_{Natur}}{\bar{u}(h_{Natur})}} = \lambda_{geom} \cdot \frac{\bar{u}_{Natur}}{\bar{u}_{Modell}} \quad (3.11)$$

3.1.2 Windlastkonzepte – Extremwertanalyse

Untersuchungen im Windkanal dienen zumeist der Bestimmung von Lastbeiwerten, welche für die statische (bzw. dynamische) Bemessung und Dimensionierung des untersuchten Tragwerks erforderlich sind. Diese müssen den gültigen Zuverlässigkeitsanforderungen gerecht werden, wie sie z. B. in [45, 46] genormt sind. Diese Zuverlässigkeiten einer ausreichenden Tragsicherheit bedürfen somit einer statistischen Aufbereitung und werden mittels Extremwertanalyse ausgewertet, um Druck- bzw. Lastbeiwerte zu generieren, die einer bestimmten Auftretenswahrscheinlichkeit p entsprechen. Dazu sind verschiedene Methoden zur Auswertung von Druck-Zeit-Messreihen aus Windkanaluntersuchungen gängig. Die Wesentlichen sind dabei die quasi-statische Methode (*Böenkonzept*), die Spitzenfaktormethode und die Fraktilwert-Methode. Diesen Ansätzen ist gemein, dass der zu bemessenden Konstruktion eine ausreichend hohe Frequenz der Eigenschwingung bzw. eine starke Dämpfung unterstellt wird, sodass der dynamische Charakter des i. d. R. böigen Windes als quasi-statisch vereinfacht werden kann.

Quasi-stationäre Methode (*Böenkonzept*)

Die quasi-stationäre Methode geht von einer das Tragwerk umhüllende Böe aus, sodass

sich für die Böendauer ein stationäres Strömungsfeld einstellt. Der Winddruck w wird in Abhängigkeit von der Böenwindgeschwindigkeit $v_{Böe}$, die den Böenstaudruck $q_{Böe}$ definiert, und von einem gemittelten Druckbeiwerts $c_{p,mean}$ bestimmt.

$$w = c_{p,mean} \cdot \frac{1}{2} \rho v_{Böe}^2 = c_{p,mean} \cdot q_{Böe} \quad (3.12)$$

Dieser Ansatz entspricht dem klassischen Bemessungsansatz, ist aber insbesondere bei Sonderbauwerken (z. B. Stadionsdächern [156]) nicht hinreichend genau, da in Bereichen mit geringem mittleren Druckbeiwert die tatsächlich auftretenden Belastungen sogar unterschätzt werden können.

Spitzenfaktormethode

Die Spitzenfaktormethode (*peak-factor-method*) basiert auf dem Böenkonzept, bezieht jedoch die Turbulenz des Windes in Form der Schwankungsanteile nach Gleichung 3.1 mit ein. Unter der Berücksichtigung, dass für den Betrag des quadrierten Geschwindigkeitsvektors V^2 (Gleichung 3.1) die quadrierten Schwankungsanteile u'^2 , v'^2 und w'^2 einen vernachlässigbaren Einfluss haben, folgt:

$$V^2(t) = \bar{u}^2 + 2\bar{u}u'(t) \quad (3.13)$$

Somit kann die zeitliche Geschwindigkeit $V(t)$ in Abhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit \bar{u} und dem turbulenten Anteil u' für die Hauptrichtung beschrieben werden. In Gleichung 3.12 eingesetzt und unter Einführung des Spitzenfaktors g , der den Turbulenzanteil als Standardabweichung des Druckbeiwerts $c_{p,rms}$ wichtet, ergibt sich die Windlast zu:

$$w = (c_{p,mean} \pm g \cdot c_{p,rms}) \cdot \frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 \quad (3.14)$$

Fraktilwert-Methode

Die Fraktilwert-Methode beruht auf einer Extremwertanalyse. Die im Windkanal gemessenen Extrema der fluktuierenden Windbeanspruchung einer äquivalenten 10-minütigen Böe, welche sich über die Proportionalität zwischen geometrischem und zeitlichem Maßstab nach Gleichung 3.11 herleiten lässt, müssen statistisch erfasst werden. Dazu stellt die Gumbel-Verteilung (vgl. Gleichung B.1 und B.2) eine hinreichend genaue Näherung dar [154]. Um eine mittlere Wiederkehrperiode zu gewährleisten, die einer normativ geforderten Wiederkehrperiode von 50 Jahren genügt, empfiehlt COOK [34] das 78%-Fraktil.

Die Windlast ergibt sich dann aus dem Produkt des Geschwindigkeitsdrucks mit dem Druckbeiwert:

$$w = \frac{1}{2} \rho u_{ref}^2 \cdot c_p = q_{ref} \cdot c_p \quad (3.15)$$

3.1.3 Windkanaluntersuchungen

Für die Ermittlung der Druckbeiwerte $c_{p,net}$ wurden im Windkanal der Ruhr-Universität Bochum Untersuchungen unter anderem an einem freistehenden Kollektormodul-Modell durchgeführt [117]. Der Windkanal ist ein offener Grenzschichtwindkanal nach *Eiffelscher* Bauart. Das verwendete Rauigkeitsfeld entspricht einer Geländekategorie II, das mit einem Rauigkeitsexponent von $\alpha = 0,16$ nach Gleichung 3.4 korrespondiert. Das Modell des Kollektormoduls wurde mittels *Rapid-Prototyping* hergestellt und besitzt insgesamt 40 Druckmesspunkte an Vorder- und Rückseite. Aus Gründen der Symmetrie sind diese jedoch auf getrennten Seiten angeordnet, sodass nur für die vertikale Mittelachse des Modells vergleichbare Druckdifferenzen zur Auswertung genutzt werden können. Abbildung 3.3 zeigt das Modell im Windkanal mit der Anordnung der Druckmesspunkte. Die ungefüllten Kreise in der Skizze repräsentieren dabei die Druckmesspunkte auf der konkaven Seite, die gefüllten Kreise Druckmesspunkte auf der konvexen Rückseite.

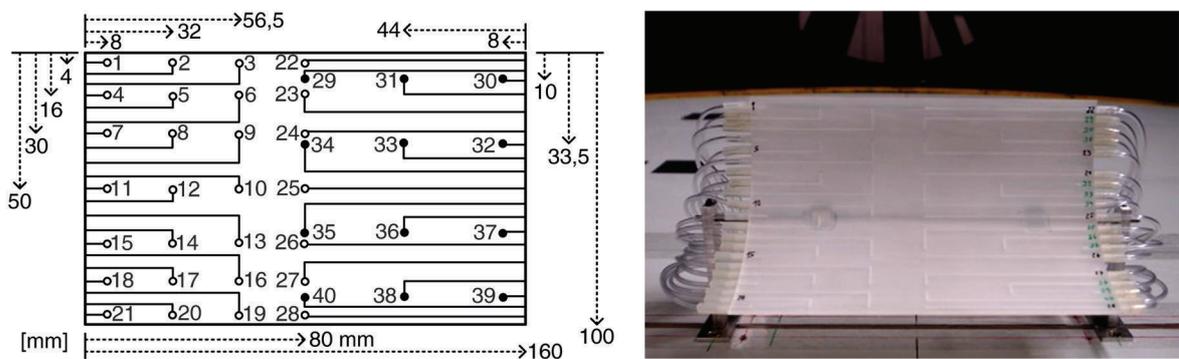


Abb. 3.3: Parabolmodell im Windkanal der Ruhr-Universität Bochum mit Anordnung der Druckmesspunkte

Das Modell ist 160 mm lang und besitzt eine Höhe von 100 mm. Die Parabelform (in [m]) ist gegeben durch:

$$f(x) = \frac{1}{0,12} x^2 \quad (3.16)$$

Das entspricht nach Gleichung 2.3 einer Fokallänge von $f = 0,03$ m und folglich nach Gleichung 2.4 einem Öffnungswinkel von $\varphi_r = 80^\circ$ (vgl. Tabelle 2.1). Dadurch ist eine im Querschnitt maßstäbliche Form entsprechend des *EuroTrough*-Kollektors gegeben. Aufgrund einer reihenartigen Anordnung einzelner Module zu Kollektoren mit einer Länge von bis zu 150 m, kann die Auswertung der Druckdifferenzen ausschließlich für die Modellhalbierende, d. h. für die vertikale Mitte des Modells, als hinreichend genau für den Großteil der Module angenommen werden. Module am Kollektoranfang bzw. -ende bedürfen einer gesonderten Betrachtung. Aber auch Einflüsse durch den Kollektorverbund eines Parabolrinnenfeldes und somit die Berücksichtigung von möglichen Wirbelüberlagerungen für die Beanspruchung von innen liegenden Modulen werden durch die Untersuchung am freistehenden Modul nicht miteinbezogen. Dennoch haben ähnliche Untersuchungen [76, 153] gezeigt, dass die Beanspruchung auf Parabolrinnenmodule im Inneren des Feldes stetig abnimmt. Die hier dargestellten Windkanaluntersuchungen sind also für ein Parabolrinnenmodul des ersten (bzw. letzten) Kollektors im Solarfeld gültig, welches nicht am Kollektorrand positioniert ist. Aufgrund der Sonnennachführung eines Parabolrinnenkollektors wurden verschiedene Anstellwinkel des Kollektormoduls für eine feste Windanströmungsrichtung – orthogonal zur Längsachse des Moduls – untersucht. Aus den Druckdifferenzen für die korrespondierenden Druckmesspunkte der Modellmittelachse werden mithilfe der in Kapitel 3.1.2 vorgestellten Fraktilwert-Methode hierfür Druckbeiwerte $c_{p,net}$ nach den Gleichungen 3.5 und 3.6 ermittelt.

Unter der Proportionalitätsbedingung zwischen geometrischem und zeitlichem Maßstab nach Gleichung 3.11 lässt sich der zeitliche Verlauf der Messung im Windkanal in äquivalente 10-Minuten-Böenintervalle unterteilen. Für die Geometrie eines Kollektors mit ca. 5-6 m Öffnungsweite hat dies eine Böendauer im Windkanal von ca. 13,1 s zur Folge (Abbildung 3.4).

Jeder Zeitabschnitt hat ein Extremum $c_{p,max,i}$, welches einer Extremwertverteilung nach Gumbel unterworfen wird (Abbildung 3.5). Mithilfe des Mittelwerts $\bar{x}_{c_{p,max}}$ und der Standardabweichung $\sigma_{c_{p,max}}$ kann jeglicher Fraktilwert $c_{p,max,Frak}$ bestimmt werden [85]:

$$c_{p,max,Frak} = \bar{x}_{c_{p,max}} + c_{Frak} \cdot \sigma_{c_{p,max}} \quad (3.17)$$

Hierbei entspricht c_{Frak} dem korrespondierenden Faktor des gesuchten Fraktilwerts und kann aus der Dichtefunktion (Gleichung B.1) hergeleitet werden. Für eine nach COOK [34]

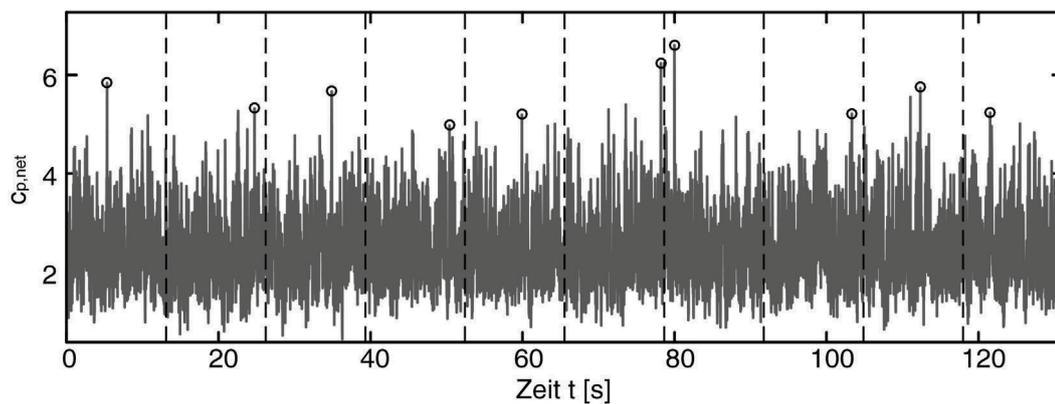


Abb. 3.4: Typischer Verlauf des Druckbeiwerts c_p über die Zeit mit äquivalenten 10-minütigen Böen und zugehörigen Extrema (o)

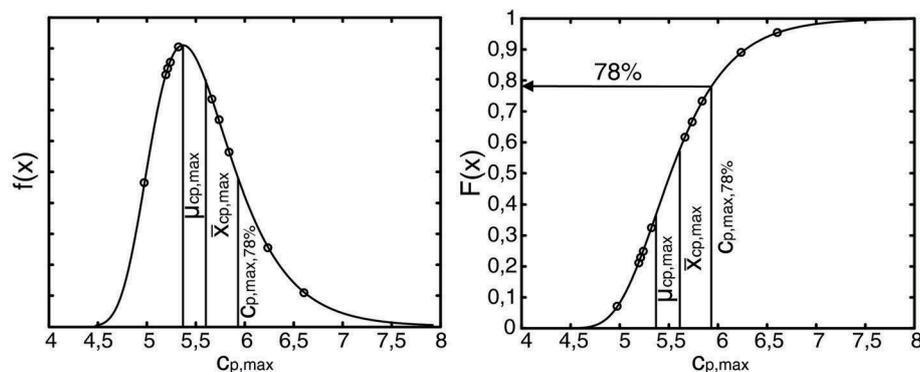


Abb. 3.5: Typische Dichte- und Verteilungsfunktion für $c_{p,max}$ mit dem 78 % Fraktile für die Extremwerte nach Abbildung 3.4

geforderte Wahrscheinlichkeit $p = 78\%$ folgt:

$$c_{Frak} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} [-\gamma - \ln[-\ln(p)]] = \frac{\sqrt{6}}{\pi} [-\gamma - \ln[-\ln(0,78)]] = 0,63565 \quad (3.18)$$

Die Bestimmung des minimalen Druckbeiwerts $c_{p,min,78\%}$ erfolgt analog zur Vorgehensweise des maximalen Druckbeiwerts $c_{p,max,78\%}$.

Vereinfachend werden die maßgebenden Fälle – druck- bzw. zugdominant – der Extremwertanalyse gefiltert und im Folgenden wieder als Netto-Druckbeiwerte $c_{p,net}$ bezeichnet. Abbildung 3.6 zeigt diese für vier verschiedene Kollektorauslenkungen.

Anhand der Verteilung der Druckbeiwerte $c_{p,net}$ und des Böengeschwindigkeitsdrucks q_{ref} können quasi-statische Windbeanspruchungen nach Gleichung 3.15 für das Parabolrinnenmodul ermittelt werden. Die maßgebenden Windgeschwindigkeiten sind dabei in

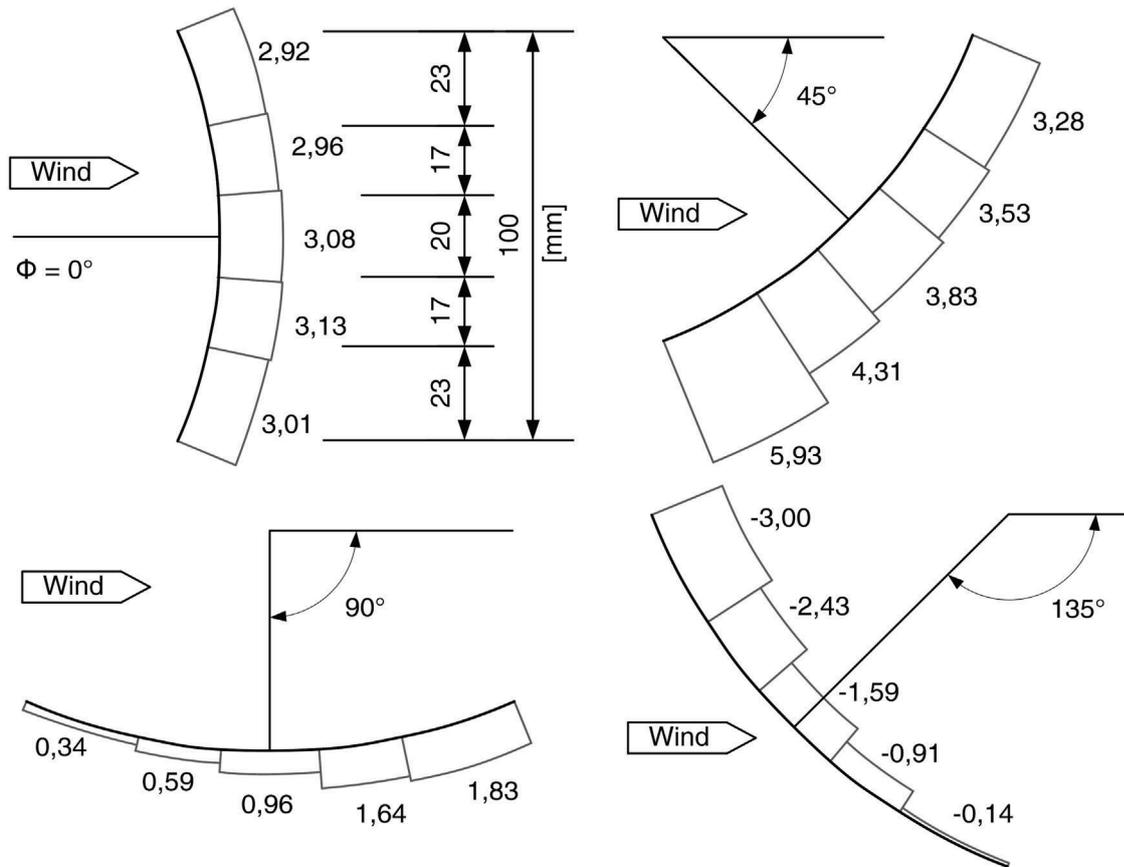


Abb. 3.6: Verteilung der Druckbeiwerte $c_{p,net}$ auf der Parabolrinne für vier Auslenkungen des Kollektors und orthogonale Windanströmungsrichtung

Abhängigkeit der Windstärke nach BEAUFORT in Tabelle B.1 abzulesen, wo die Windgeschwindigkeiten in einer Höhe von $z = 10$ m angegeben sind. Im Betriebszustand, d. h. für alle Kollektorauslenkungen aufgrund der Sonnennachführung, soll ein voller optischer Wirkungsgrad bei einer Windstärke von 7 Bft eingehalten werden. Das entspricht einem Referenzstaudruck von $q_{ref} = 0,18 \text{ kN/m}^2$. Für ein Starkwindereignis in Schutzposition, was für die hier ausgewerteten Varianten eine Kollektorauslenkung von 90° ist, soll das Kollektormodul orkanartige Windkräfte gemäß einer Windstärke von 12 Bft mit 35 m/s (126 km/h) standhalten, d. h. einem Staudruck von $q_{ref} = 0,77 \text{ kN/m}^2$.

In [76] wurden bereits umfangreiche Windkanaluntersuchungen zur Bestimmung der resultierenden Reaktionskräfte auf die Parabel an einem geometrisch identischem Modell für eine Vielzahl von verschiedenen Anströmrichtungen, Kollektorauslenkungen und Position im Kollektorfeld durchgeführt. Um die im Windkanal der Ruhr-Universität Bochum ermittelten Werte anhand der Versuche nach [76] zu verifizieren, müssen aus den

über die Einzugsflächen gewichteten Druckbeiwerten $c_{p,net}$ Kraftbeiwerte $c_{F,ges}$ ermittelt werden.

$$c_{F,ges} = \frac{\sum_{i=1}^N c_{p,net,i} \cdot A_i}{A_{ges}} \quad (3.19)$$

- mit:
- $c_{p,net,i}$ – Druckbeiwerte an der Messstelle i
 - A_i – Einflussfläche der Messstelle i
 - A_{ges} – Gesamte Einflussfläche der N Messstellen

Zusätzlich erfolgte die Auswertung der Messungen nach [76] für eine Referenzhöhe von 63 mm, welche der Drehachse des Parabolrinnenmodells entspricht. Im Gegensatz dazu wird bei den Untersuchungen an der Ruhr-Universität Bochum eine Referenzhöhe von 16,67 cm angesetzt. Diese Höhe im Modell entspricht einer äquivalenten Höhe von 10 m in der Natur. Die auf die Drehachse umgerechneten Werte für den maximalen, minimalen und mittleren Kraftbeiwert, z. B. für Lastansätze auf die stützenden Tragwerke, bei einer Kollektorauslenkung von 45° sind in Tabelle 3.1 gegeben. Da das Modell nur für die Modellhalbierende ausgewertet werden kann, werden die Kraftbeiwerte derer eines Modells in Reihenanzordnung gegenübergestellt.

Tab. 3.1: Gegenüberstellung der Kraftbeiwerte $c_{F,ges}$

	$c_{F,ges}$		
	max	mittel	min
Ruhr-Universität Bochum	4,054	1,829	0,748
NREL/SR-550-32282 [76]	3,926	2,224	1,084

Die Kraftbeiwerte zeigen eine gute Übereinstimmung, insbesondere für den Maximalwert. Die größeren Unterschiede für den mittleren und minimalen Beiwert können auf die turbulente und somit nicht reproduzierbare Charakteristik des Windanströmungsfeldes zurückgeführt werden. Weiterhin sind Unterschiede aufgrund des Vergleichs der Modellhalbierenden mit einem Gesamtmodell möglich, obwohl für die Anordnung eines Parabolrinnenmodells in einer Kollektorreihe in weiterführenden Windkanaluntersuchungen an der Ruhr-Universität Bochum eine weitestgehend stetige Druckverteilung über die Modullänge festgestellt werden konnte [153].

3.2 Instationäre Temperaturfelder

Um Parabolrinnenfelder wirtschaftlich betreiben zu können, ist deren Standort von zentraler Bedeutung. Grundsätzlich werden diese an Orten mit einer hohen Sonneneinstrahlung über das ganze Jahr, wie z. B. Wüsten, errichtet und sind infolgedessen großen Temperaturschwankungen sowohl im Jahres- als auch Tagesverlauf ausgesetzt. Dieser ständige Temperaturwechsel führt beim Tragwerk über die Zeit zu einer Wärmezufuhr bzw. -abfuhr. Dadurch stellen sich instationäre nichtlineare Wärmefelder im Bauteil ein, welche Zwangsspannungen erzeugen. Dieser Temperaturzustand lässt sich durch eine Funktion von Ort und Zeit beschreiben:

$$\vartheta = f(x, y, z, t) \quad (3.20)$$

Im Gegensatz zu Innenbauteilen des üblichen Hochbaus, welche gemäßigten Temperaturbeanspruchungen ausgesetzt sind, müssen Außenbauteile den äußeren Witterungsbedingungen standhalten. Abbildung 3.7 zeigt hierfür die wesentlichen Anteile der klimatischen Einflüsse [147]:

- Umgebungslufttemperatur und Windgeschwindigkeit,
- direkte und diffuse Globalstrahlung der Sonne,
- Reflexion der Globalstrahlung der Sonne,
- atmosphärische Gegenstrahlung und Reflexion der Gegenstrahlung,
- Ausstrahlung der Umgebung und
- Wärmeabstrahlung des Bauteils.

Da auch die Temperaturbeanspruchungen – ähnlich der Windbeanspruchungen – nicht hinreichend genau für den hier zu untersuchenden Sonderfall dünner Parabolschalen aus Beton in den aktuellen Normen [47, 48] geregelt sind, wird ein numerisches Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Temperaturfelder genutzt. Dieses Verfahren beruht auf einem bereits entwickelten und verifizierten Ansatz zur Bestimmung von Temperaturverteilungen bei Brückenbauwerken [93, 96, 132] und wird im Rahmen dieser Arbeit adaptiert. Dabei sind neben der Wärmeleitung im Querschnitt insbesondere für den Bauteilrand Wärmeübergangsbedingung zu definieren, die die klimatischen Randbedingungen nach Abbildung 3.7 berücksichtigen.

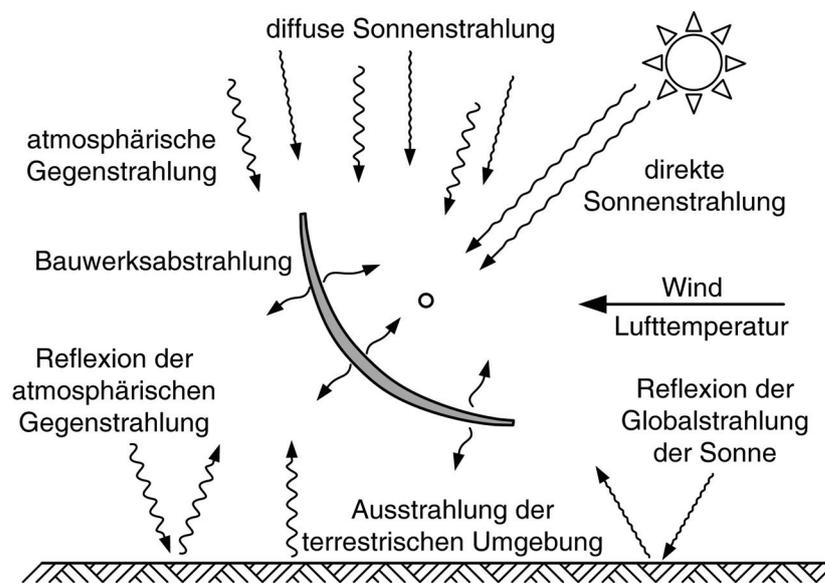


Abb. 3.7: Klimatische Randbedingungen nach [147]

3.2.1 Wärmeübertragung

Die Wärmeübertragung beschreibt den Transport von Wärmeenergie zwischen Systemen unterschiedlicher Temperatur, um einen thermischen Gleichgewichtszustand zu erreichen. Dabei erfolgt der Wärmefluss stets vom „warmen“ zum „kalten“ System. Allgemein lässt sich die Wärmeübertragung in drei wesentliche Anteile differenzieren:

- Wärmeleitung,
- Konvektion und
- Wärmestrahlung.

Diese treten i. d. R. immer in Kombination auf.

Wärmeleitung

Die Wärmeleitung beschreibt den Wärmeaustausch innerhalb von Körpern und zwischen benachbarten Körpern. Der dabei entstehende Wärmestrom \dot{q} lässt sich mithilfe des FOURIER'schen Gesetzes anhand der Wärmeleitfähigkeit λ und des Temperaturgradienten beschreiben:

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \text{grad}(\vartheta) = -\lambda \cdot \begin{pmatrix} \partial\vartheta/\partial x \\ \partial\vartheta/\partial y \\ \partial\vartheta/\partial z \end{pmatrix} = -\lambda \cdot \frac{d\vartheta_{max}}{dn} \quad (3.21)$$

Hierbei zeigt der Normalenvektor \mathbf{n} in Richtung des maximalen Temperaturgradienten $d\vartheta_{max}$. Für ein infinitesimal kleines Volumenelement mit den Begrenzungen dx , dy , dz und der Beschränkung auf einen eindimensionalen Wärmestrom in x-Richtung ist die Wärmestromdichte \dot{q}_x je Zeiteinheit dt gegeben durch

$$\dot{q}_x = \frac{Q_x}{dA} = -\lambda \frac{d\vartheta}{dx}. \quad (3.22)$$

Die transportierte Wärmeenergie Q_x entspricht somit dem Wärmestrom \dot{q}_x durch ein orthogonal zur Wärmestromrichtung befindliches Flächenstück dA der Größe $dy \cdot dz$. Während durch die Wärmeleitfähigkeit λ die Wärmeübertragungsgeschwindigkeit zwischen den Körpern unterschiedlicher Temperaturen definiert ist, hängt das Vermögen eines Stoffes seine Temperatur zu verändern von der spezifischen Wärmekapazität c ab. Diese gibt an, wieviel Energie Q erforderlich ist, um einen Körper der Masse m um eine Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zu erwärmen.

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta\vartheta} = \frac{Q}{\rho \cdot V \cdot \Delta\vartheta} \quad (3.23)$$

Zur Bestimmung der Wärmeenergie innerhalb eines Bauteils sind folglich neben den Abmessungen (Volumen V) und der Dichte ρ die wärmeschutztechnischen Baustoffwerte erforderlich. Diese sind in der DIN EN ISO 10456 [52] für Beton mit hoher Rohdichte ($\rho = 2.400 \text{ kg/m}^3$) definiert und in Tabelle 3.2 wiedergegeben.

Tab. 3.2: Wärmeschutztechnische Kennwerte nach [52]

	Rohdichte ρ [kg/m ³]	Wärmeleitfähigkeit λ [W/(m·K)]	Spezifische Wärmekapazität c [J/(kg·K)]
Beton	2.454	2,00	1000

Konvektion

Konvektion bezeichnet den Wärmeaustausch von einem Festkörper an ein strömendes Fluid. Weiterhin wird zwischen freier und erzwungener Konvektion differenziert. Wenn zwischen der angrenzenden Luft an einem Festkörper ein Temperaturunterschied vorliegt, bildet sich im Übergangsbereich der Festkörperoberfläche eine thermische Grenzschicht, in welcher der Wärmeübergang zwischen Fluid und Festkörper erfolgt. Infolgedessen kommt es zu einer Änderung der Luftdichte, was zu einer Luftströmung führt. Hierbei handelt es sich um freie Konvektion. Das gleiche Prinzip wird auch bei Aufwindkraftwerken [71] angewendet. Erzeugen jedoch äußere Kräfte diese Strömung, so handelt es sich um

erzwungene Konvektion. Durch eine erhöhte Strömungsgeschwindigkeit verringert sich die thermische Grenzschichtdicke und der Temperaturgradient erhöht sich merklich.

Zur Bestimmung des Wärmestroms wird das NEWTON'sche Abkühlungsgesetz herangezogen, welches ein einfacher Ansatz zur Beschreibung des Temperatúrausgleichs zwischen einem Festkörper mit seiner Umgebung ist. Dabei ist die Wärmestromdichte aus Konvektion \dot{q}_K definiert als Produkt des Wärmeübergangskoeffizienten α_K mit der Differenz zwischen der Umgebungslufttemperatur ϑ_L und der Temperatur an der Festkörperoberfläche ϑ_O .

$$\dot{q}_K = \alpha_K \cdot (\vartheta_L - \vartheta_O) \quad (3.24)$$

Im Gegensatz zur Wärmeleitfähigkeit λ ist der Wärmeübergangskoeffizient α_K keine Konstante eines bestimmten Mediums, sondern ist von unterschiedlichen Umgebungsbedingungen, wie z. B. von der Strömungsgeschwindigkeit oder der Oberflächengeometrie und -beschaffenheit, abhängig. Daher wird z. T. auf empirische Werte des Wärmekoeffizienten α_K für die freie und erzwungene Konvektion zurückgegriffen. Einen Überblick der verschiedenen Ansätze ist in [93] gegeben.

Der Wärmeübergangskoeffizient für freie Konvektion $\alpha_{K, frei}$ kann für waagerechte und senkrechte Flächen sowie für Ober- bzw. Unterseiten von Tragwerken bestimmt werden [93]. Da ein Parabolrinnenkollektor jedoch im Tagesverlauf der Sonne nachgeführt wird, sind die Oberflächen nicht eindeutig hinsichtlich einer permanenten Ausrichtung zu kategorisieren. Daher wird vereinfachend im Rahmen dieser Arbeit auf eine empirische Beziehung nach [161] für jegliche Bauteilbegrenzungen zurückgegriffen.

$$\alpha_{K, frei} = 2,6 \cdot \sqrt[4]{|\vartheta_L - \vartheta_O|} \quad (3.25)$$

Die erzwungene Konvektion ist maßgeblich von der Strömungsgeschwindigkeit abhängig. Der erzwungene Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{K, erzw}$ wird nach [93] wie folgt bestimmt:

$$\alpha_{K, erzw} = \begin{cases} \zeta \cdot v & \text{für } v \leq 5 \text{ m/s} \quad \text{mit: } \zeta = 4,5 \\ 7,15 \cdot v^{0,78} & \text{für } v > 5 \text{ m/s} \end{cases} \quad (3.26)$$

Da die Strömungsgeschwindigkeit v an der Oberfläche nicht bestimmt werden kann, wird als Näherung das Monatsmittel (vgl. Kapitel 3.2.4) verwendet.

Um den Gesamtkonvektionsbeiwert zu bestimmen, gibt [63] das kubische Mittel aus freiem und erzwungenem Wärmeübergangskoeffizienten an, welcher hier Verwendung findet.

$$\alpha_K = \sqrt[3]{\alpha_{K, frei}^3 + \alpha_{K, erzw}^3} \quad (3.27)$$

Strahlung

Im Gegensatz zur Wärmeleitung und Konvektion braucht der Wärmestrom infolge Strahlung kein stoffliches Medium, um Wärme zu übertragen. Lediglich die Temperatur und der Emissionsgrad des strahlenden Körpers sind hier von Bedeutung. Die Wärmeübertragung erfolgt über elektromagnetische Wellen, die ein Körper infolge seiner Temperatur aussendet. Das Vermögen diese Strahlung aufzunehmen, wird durch den Absorptionsgrad a des angestrahlten Körpers definiert. Dabei sagt das KIRCHHOFF'sche Strahlungsgesetz aus, dass bei gleicher Temperatur und Wellenlänge der Absorptionsgrad a dem Emissionsgrad ε entspricht [9], wodurch jeder Körper mit einem Absorptionsgrad $a > 0$ den gleichen Anteil absorbiertes Strahlung auch aussendet. Ein Spezialfall stellt der *Schwarze Körper* mit einem Emission- und somit auch Absorptionsgrad $a = \varepsilon = 1$ dar. Dessen Strahlungsenergie ist durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz definiert, welches von der Temperatur T in Kelvin und der Strahlungszahl des schwarzen Körpers $C_s = 5,67 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^2)$ abhängig ist. Um die Wärmestromdichte \dot{q}_{St} eines nicht schwarzen Körpers zu bestimmen, wird das Stefan-Boltzmann-Gesetz durch den Emissionsgrad ε des Körpers verringert zu:

$$\dot{q}_{St} = \varepsilon \cdot C_s \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (3.28)$$

Hierbei muss zusätzlich zwischen langwelligen und kurzwelligen Absorptions- bzw. Emissionsverhältnissen unterschieden werden. Langwellige Strahlung beschreibt die Strahlung, die vorwiegend von Körperoberflächen mit einer Temperatur von $0 - 100^\circ\text{C}$ ausgeht. Kurzwellige Strahlung entspricht der der Sonne mit einer Oberflächentemperatur von ca. 6.000°C . Die kurzwellige Strahlung umfasst neben der direkten Sonnenstrahlung auch ihren diffusen Anteil sowie die vom Boden reflektierte Strahlung. Die langwellige Strahlung ist die Wärmestrahlung der Atmosphäre, des Untergrunds und der Bauwerksoberfläche (vgl. Abbildung 3.7). Eine Übersicht relevanter Emissionsverhältnisse, welche innerhalb dieser Arbeit Verwendung finden, ist in Tabelle 3.3 gegeben.

Die Wärmestromdichte infolge der Globalstrahlung der Sonne \dot{q}_I berechnet sich aus der Summe der direkten und der diffusen Strahlungsintensität, welche noch durch den Emis-

Tab. 3.3: Emmisionsverhältnisse verschiedener (Bau-)Stoffe

Baustoff	langwellige Strahlung	kurzwellige Strahlung
	ε_L	ε_K
Schwarzer Körper	1,00	1,00
Aluminium (poliert)	0,29	0,15
Beton	0,88	0,65
Boden	0,75	0,99
Silberspiegel	0,02	0,04

sionskoeffizienten ε_K für die kurzwellige Strahlung der angestrahlten Bauwerksoberfläche und den Bewölkungsgrad κ_B reduziert wird (Gleichung 3.29). Vereinfachend wird von einem durchgehend wolkenlosen Himmel ausgegangen ($\kappa_B = 1$). Weiterhin ist die auftreffende Strahlung von verschiedenen Faktoren, wie z. B. von der geographische Lage, der (geodätische) Höhe, der Jahres- bzw. Tageszeit, der Oberflächenneigung, der Trübung der Atmosphäre, dem Bewölkungsgrad und der Beschattung, abhängig. Eine ausführliche Darstellung verschiedener Modellansätze der jeweiligen Faktoren, welche hier in komprimierter bzw. vereinfachter Form wiedergegeben werden, ist u. a. in [64, 93, 161] gegeben.

$$\dot{q}_I = \kappa_B \cdot \varepsilon_K \cdot (I_{dir} + I_{diff}) \quad (3.29)$$

mit: I_{dir} – direkte Strahlungsintensität
 I_{diff} – diffuse Strahlungsintensität

In [64] sind Ansätze zur Bestimmung der direkten und diffusen Solarstrahlung auf horizontale und geneigte Flächen gegeben. Aufgrund der Sonnennachführung eines Parabolkollektors wird hier nur der Fall eines horizontalen Bauteils betrachtet. Vereinfachend wird auch für die vom Erdboden reflektierte Strahlung von einer horizontalen Unterseite des Kollektors ausgegangen, auch wenn hier die Neigung sich im Tagesverlauf stetig ändert.

Sowohl die direkte als auch die diffuse Solarstrahlung sind von der Solarkonstanten I_0 [W/m^2] abhängig, welche die extraterrestrische Strahlungstärke beschreibt. Diese ist jährlichen Schwankungen in Abhängigkeit der Tagesnummer n ($1 \leq n \leq 365$) unterlegen.

$$I_0 = 1356,5 + 48,5 \cdot \cos\left(360 \cdot \frac{n-2}{365}\right) \quad (3.30)$$

Die Intensität der direkten Sonnenstrahlung auf eine horizontale Fläche kann aus dem Produkt der Solarkonstanten mit dem Extinktionsfaktor e_{dir} sowie mit dem Sinus des Sonnenhöhenwinkels γ_s bestimmt werden:

$$I_{dir,h} = I_0 \cdot e_{dir} \cdot \sin \gamma_s \quad (3.31)$$

Der Sonnenhöhenwinkel γ_s ist von der saisonalen Sonnendeklination, der Tageszeit und der geographischen Lage abhängig. Eine Definition ist u. a. in [93] gegeben. Der Extinktionsfaktor e_{dir} beschreibt in Abhängigkeit des LINK'schen Trübungs-faktors T_{Li} sowie der orts- (geodätische Höhe H) und sonnenhöhenwinkelabhängigen Mächtigkeit der durchstrahlten Luftmasse $\delta(m) \cdot m$ (Mächtigkeitsfaktor) die Reduzierung der Strahlung aufgrund der atmosphärischen Trübung.

$$e_{dir} = e^{-T_{Li} \cdot \delta(m) \cdot m} \quad (3.32)$$

$$T_{Li} = 3,90 - 0,76 \cdot \cos \left(360 \frac{n+13}{365} \right) - 0,0032 \cdot \sin \left(360 \frac{n+13}{365} \right) \quad (3.33)$$

$$\delta(m) \cdot m = \left(\frac{9,38076 \left(\sin \gamma_s + \sqrt{0,003 + \sin^2 \gamma_s} \right)}{2,0015 (1 - H \cdot 10^{-4})} + 0,91202 \right)^{-1} \quad (3.34)$$

Die diffuse Solarstrahlung I_{diff} wird durch die erweiterte Gleichung nach BERLAGE [140] bestimmt. Sie setzt sich aus der Differenz zwischen Globalstrahlung und der direkten Strahlung zusammen (vgl. Gleichung 3.36) und ist ebenfalls von der Trübung der Atmosphäre abhängig. Sie nimmt mit erhöhter Trübung zu. Auch hier wird vereinfachend eine horizontale Fläche des bestrahlten Bauteils angesetzt.

$$I_{diff,h} = 0,5 \cdot I_0 \cdot e_{diff} \cdot \sin \gamma_s \quad (3.35)$$

Der Extinktionsfaktor der diffusen Strahlung e_{diff} setzt sich aus der Differenz zwischen der Transmissionseigenschaft des atmosphärischen Wasserdampfes und dem direkten

Extinktionsfaktor e_{dir} zusammen.

$$e_{diff} = (e^{\alpha \cdot m} - e_{dir}) \quad (3.36)$$

Der Term $e^{\alpha \cdot m}$ kann dabei Werte zwischen 0,81 – 0,91 annehmen [96] und wird hier als konstanter Mittelwert von 0,86 angesetzt.

Die Globalstrahlung der Sonne, welche nicht direkt auf die Parabolschale trifft, wird von der terrestrischen Umgebung reflektiert. Dabei ist der Wärmestrom maßgeblich vom Rückstrahlvermögen des reflektierenden Untergrunds $\rho_{Untergrund}$ (auch Albedo genannt) abhängig. In [93] sind verschiedene Bereiche der Albedo für unterschiedliche Bodenverhältnisse gegeben. Diese variieren im Bereich zwischen 0,05 und 0,43 für übliche Böden, wie Rasen, trockene Erde, Sand oder Naturstein. Lediglich für den für Solarkollektoren höchst unwahrscheinlichen Fall von Schneebedeckung können Reflexionskoeffizienten $\rho_{Untergrund} > 0,43$ erreicht werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine mittlere Albedo von 0,25 angesetzt. Die Wärmestromdichte infolge reflektierter Sonneneinstrahlung ergibt sich somit aus Gleichung 3.29 zu:

$$\dot{q}_{R,I} = \rho_{Untergrund} \cdot \dot{q}_I \quad (3.37)$$

Weitere Strahlungsanteile, die berücksichtigt werden, sind die langwelligen Strahlungen der Atmosphäre und der terrestrischen Umgebung. Die resultierenden Wärmestromdichten sind von der Außenlufttemperatur T_L abhängig und lassen sich mithilfe des Stefan-Boltzmann-Gesetzes (vgl. Gleichung 3.28) beschreiben. Für die Wärmestromdichte infolge atmosphärischer Strahlung \dot{q}_{Atm} bestimmt sich der Emissionsgrad ε nach Gleichung 3.28 aus dem Produkt des Emissionsgrades für langwellige Strahlung der Bauteiloberfläche ε_L mit dem Emissionsgrad der Atmosphäre ε_{Atm} , der nach [140] für einen wolkenlosen Himmel 0,82 beträgt.

$$\dot{q}_{Atm} = \varepsilon_L \cdot \varepsilon_{Atm} \cdot C_s \cdot \left(\frac{T_L}{100} \right)^4 \quad (3.38)$$

Die Wärmestromdichte infolge der Strahlung der terrestrischen Umgebung berechnet sich analog, indem der atmosphärische Emissionsgrad ε_{Atm} durch den Emissionsgrad des Untergrunds ε_U ersetzt wird. Dieser darf nach [140] konstant zu 0,99 gesetzt werden, da neben der langwelligen Wärmestrahlung der terrestrischen Umgebung zusätzlich die

reflektierte atmosphärische Gegenstrahlung berücksichtigt wird.

$$\dot{q}_U = \varepsilon_L \cdot \varepsilon_U \cdot C_s \cdot \left(\frac{T_L}{100} \right)^4 \quad (3.39)$$

Der letzte hier berücksichtigte Anteil der Wärmestromdichte resultiert aus der Wärmeabstrahlung der Bauwerksoberfläche. Auch diese basiert auf dem Stefan-Boltzmann-Gesetz und hängt maßgeblich von dem langwelligen Emissionsgrad ε_L des Bauteils und der Oberflächentemperatur T_O ab.

$$\dot{q}_{St} = \varepsilon_L \cdot C_s \cdot \left(\frac{T_O}{100} \right)^4 \quad (3.40)$$

Weitere Wärmeströme, wie z. B. infolge Nachbarbebauung, finden im Rahmen dieser Arbeit keine Berücksichtigung.

3.2.2 Ideelle Lufttemperatur

Der Wärmeübergang in einem oder zwischen mehreren Festkörpern kann mithilfe der Wärmeleitung (vgl. Gleichungen 3.22 und 3.23) bestimmt werden und ist von den stofflichen Eigenschaften und dem Temperaturunterschied zwischen den Körpern abhängig. Beim Wärmeaustausch an der Oberfläche eines Festkörpers hingegen ist dieser durch die Summe der Wärmeströme aus Konvektion \dot{q}_K und Strahlung $\dot{q}_{Strahlung}$ gekennzeichnet.

$$\dot{q}_O = \dot{q}_K + \dot{q}_{Strahlung} \quad (3.41)$$

Soll der Wärmeübergang an der Oberfläche vereinfachend durch Konvektion beschrieben werden, muss der Wärmestrom anhand einer ideellen Lufttemperatur ϑ_{Id} definiert werden, die auch den Anteil aus Strahlung berücksichtigt. Mithilfe von Gleichung 3.24 und der Lufttemperatur an der Körperoberfläche ϑ_O folgt für die Wärmestromdichte an der Oberfläche \dot{q}_O eines Festkörpers:

$$\dot{q}_O = \alpha_K \cdot (\vartheta_{Id} - \vartheta_O) \quad (3.42)$$

Analog kann die Wärmestromdichte infolge Konvektion \dot{q}_K anhand der Lufttemperatur ϑ_L beschrieben und durch Einsetzen in Gleichung 3.41 die ideelle Lufttemperatur ϑ_{Id} ermittelt

werden.

$$\vartheta_{Id} = \vartheta_L + \frac{1}{\alpha_K} \cdot \dot{q}_{Strahlung} \quad (3.43)$$

Da jedoch die verschiedenen Oberflächen eines Festkörpers unterschiedlichen Strahlungen ausgesetzt sind, muss die gesamte Wärmestromdichte für jede Oberfläche separat aus der Summe der jeweils örtlich wirkenden Strahlungen gebildet werden. Da eine Ausführung der zu dimensionierenden Parabolrinne aus Feinkornbeton als sehr schlanke einwandige Schalenstruktur mit einem großen b/t -Verhältnis angestrebt wird, wird eine Wärmestrombilanz ausschließlich für die Unter- und verspiegelte Oberseite aufgestellt. In Abbildung 3.8 sind die jeweils ein- bzw. abstrahlenden Wärmestromdichten für die beiden Randbereiche dargestellt.

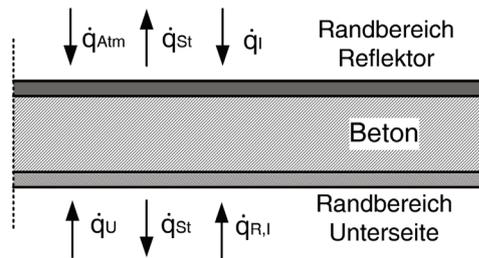


Abb. 3.8: Wärmestrombilanz der Randbereiche

Die ideellen Temperaturen lassen sich für die beiden Randbereiche nach Gleichung 3.43 bestimmen. Für die Reflektorseite fließen die diffuse und direkte Solarstrahlung \dot{q}_I nach Gleichung 3.29 – abgemindert durch die Emissionsgrade des verwendeten Reflektormaterials – sowie die atmosphärische Strahlung \dot{q}_{Atm} (Gleichung 3.38) und die bauwerkseigene Wärmeabstrahlung \dot{q}_{St} (Gleichung 3.40) in die Berechnung ein.

$$\vartheta_{Id,refl} = \vartheta_L + \frac{1}{\alpha_K} \cdot (\dot{q}_I + \dot{q}_{Atm} - \dot{q}_{St}) \quad (3.44)$$

Für die Unterseite ergibt sich die ideelle Temperatur aus der vom Erdboden reflektierten Globalstrahlung $\dot{q}_{R,I}$ (Gleichung 3.37), der Abstrahlung des Untergrundes \dot{q}_U (Gleichung 3.39), welcher auch die reflektierte atmosphärische Strahlung beinhaltet, und abzüglich der Bauwerksabstrahlung \dot{q}_{St} .

$$\vartheta_{Id,unten} = \vartheta_L + \frac{1}{\alpha_K} \cdot (\dot{q}_{R,I} + \dot{q}_U - \dot{q}_{St}) \quad (3.45)$$

Der zweite Anteil neben der Strahlung, der die ideale Lufttemperatur wesentlich beeinflusst, ist die Lufttemperatur ϑ_L . Diese ist maßgeblich vom Standort abhängig. Für die Analyse der Temperaturfelder wird ein Standort angenommen, an dem bereits Parabolrinnenkraftwerke in der näheren Umgebung errichtet wurden, wie z. B. das Parabolrinnenkraftwerk NOOR 1 in Quarzazate (Marokko) mit einer Leistung von 160 MW. Aufgrund unzureichender lokaler Wetterdaten werden ersatzweise für den Standort der nächstgelegene Ort Marrakesch, ca. 150 km Entfernung zu Quarzazate, gewählt. Hierfür bietet der deutsche Wetterdienst (www.dwd.de) die Klimadaten als monatliche Mittelwerte der Tagesmaximal- sowie -minimalwerte als auch die absoluten Maximal- und Minimalwerte der Lufttemperaturen an. Da jedoch für die Auswertung der Temperaturfelder die Tagesverläufe anzusetzen sind, werden in einem ersten Schritt aus den mittleren Maximal- und Minimalwerten der Monate mittels Polynominterpolation Tageswerte ermittelt. Anschließend werden die üblichen Tagesschwankung für jeden Monat mittels korrelierter Zufallsfelder (vgl. Kapitel 3.3.1) analog zum Ansatz initialer Vorverformung generiert. Die Korrelationslänge l_H und die Standardabweichung σ , der angesetzten Normalverteilung des Zufallsfeldes, werden dabei so ausgelegt, dass sie die aus den Klimadaten bekannten Extremwerte je Monat nicht überschreiten. Mit dem approximierten Temperaturverlauf überlagert ergeben sich so die für die Tagesgangberechnung erforderlichen minimalen und maximalen Temperaturen je Tag für den Standort Marrakesch (Abbildung 3.9).

Zur Bestimmung des Tagesgangs wird ein erweiterter Ansatz nach [93] verwendet, der auf einem abschnittweisen Kosinusansatz nach [63] beruht. Dieser definiert den Zeitpunkt zu dem die minimale Tagestemperatur $\vartheta_{min,d}$ erreicht wird, als den Zeitpunkt des Sonnenaufgangs $t_{SA,d}$. Die maximale Temperatur $\vartheta_{max,d}$ wird im Modell nachmittags um 15 Uhr erreicht. Dieser Ansatz berücksichtigt darüber hinaus die maximale Temperatur des Vortages $\vartheta_{max,d-1}$ sowie die minimale Temperatur des Folgetages $\vartheta_{min,d+1}$.

$$\begin{aligned}
& \underline{0 \leq t < t_{SA,d} :} \\
& \frac{1}{2} \left[(\vartheta_{max,d-1} + \vartheta_{min,d}) + (\vartheta_{max,d-1} - \vartheta_{min,d}) \cdot \cos \left(\pi \frac{24 + t - 15}{24 - 15 + t_{SA,d}} \right) \right] \\
& \underline{t_{SA,d} \leq t < 15 :} \\
& \frac{1}{2} \left[(\vartheta_{max,d} + \vartheta_{min,d}) - (\vartheta_{max,d} - \vartheta_{min,d}) \cdot \cos \left(\pi \frac{t - 15}{15 - t_{SA,d}} \right) \right] \tag{3.46} \\
& \underline{15 \leq t < 24 :} \\
& \frac{1}{2} \left[(\vartheta_{max,d} + \vartheta_{min,d+1}) + (\vartheta_{max,d} - \vartheta_{min,d+1}) \cdot \cos \left(\pi \frac{t - 15}{24 - 15 + t_{SA,d+1}} \right) \right]
\end{aligned}$$

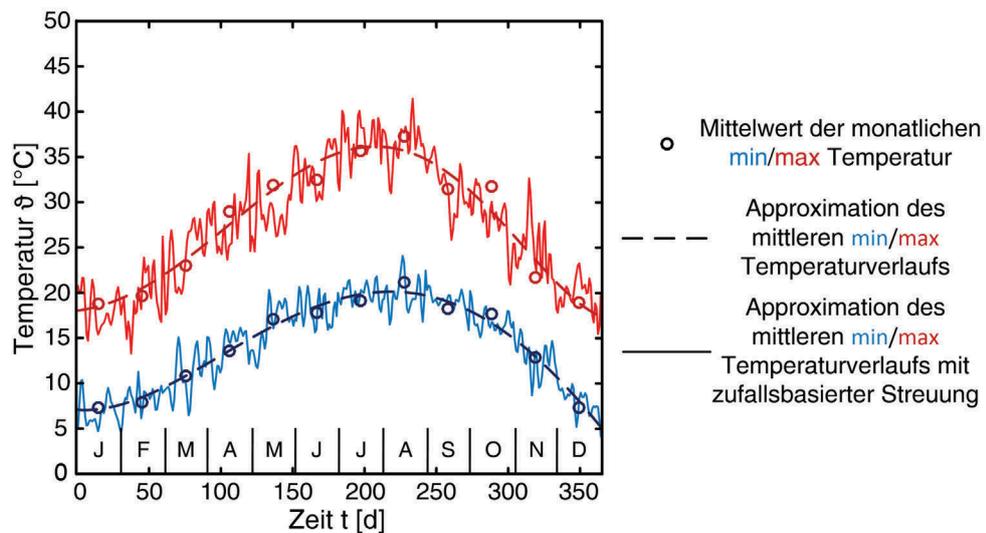


Abb. 3.9: Approximierter Temperaturverlauf für den Standort Marrakesch (Marokko) für das Jahr 2014 mit zufallsbasierter Schwankung (Datenquelle der Mittelwerte: Deutscher Wetterdienst, www.dwd.de)

3.2.3 Numerische Ermittlung der Temperaturfelder

Zur Ermittlung der Temperaturbeanspruchungen wird die Parabolschale vereinfachend aufgrund der schlanken Struktur als konstante, nicht gekrümmte Platte (vgl. Abbildung 3.8) idealisiert. Mittels FOURIER'scher Differentialgleichung wird die Wärmeübertragung innerhalb des Bauteils als auch am Bauteilrand ermittelt. Dazu wird die Schale innerhalb einer Tabellenkalkulation über die Dicke durch Finite-Elemente diskretisiert und der nichtlineare instationäre Temperaturverlauf via expliziter Zeitintegration über jedes Element bestimmt. Die Temperaturverteilung in Längsrichtung kann in guter Näherung als konstant betrachtet werden.

Der Wärmestrom ΔQ_i , der einem diskreten Element i innerhalb eines Zeitinkrements Δt zugeführt bzw. entzogen wird, entspricht dabei der Summe der Wärmestromdichten $\dot{q}_{i,k}$ der m Nachbarelemente k , welche über die jeweiligen Kontaktlängen $l_{i,k}$ übertragen werden. Befindet sich das betrachtete Element am Bauteilrand mit der Randelementkontaktlänge $l_{i,r}$, so wirkt die Wärmestromdichte am Rand $\dot{q}_{i,r}$ additiv (Abbildung 3.10).

$$\frac{\Delta Q_i}{\Delta t} = \dot{q}_{i,r} l_{i,r} + \sum_{k=1}^m \dot{q}_{i,k} l_{i,k} \quad (3.47)$$

Mithilfe des FOURIER'schen Gesetzes nach Gleichung 3.22 und einem quasi-stationären

linearen Ansatz [96] lässt sich die innere Wärmestromdichte $\dot{q}_{i,k}$ für einen Zeitpunkt t und die materiell identischen Elemente i und k in Abhängigkeit des Temperaturunterschieds bestimmen.

$$\dot{q}_{i,k} = \frac{2\lambda}{s_i + s_k} (\vartheta_k - \vartheta_i) \quad (3.48)$$

Dabei beschreiben s_i und s_k die Elementabmessungen in Richtung des Wärmestroms, λ die Wärmeleitfähigkeit und ϑ_i bzw. ϑ_k die Elementtemperaturen. Für die Ermittlung der Wärmestromdichte am Bauteilrand infolge des Wärmeaustausches mit der Außenluft erweitert sich der vorherige Ansatz um das NEWTON'sche Abkühlungsgesetz nach Gleichung 3.24, wobei für die Lufttemperatur die am betrachteten Bauteilrand bestimmte, ideelle Temperatur ϑ_{Id} (Gleichungen 3.44 und 3.45) angesetzt wird. Es folgt:

$$\dot{q}_{i,r} = \frac{2\lambda\alpha}{2\lambda + s_i\alpha} (\vartheta_{Id} - \vartheta_i) \quad (3.49)$$

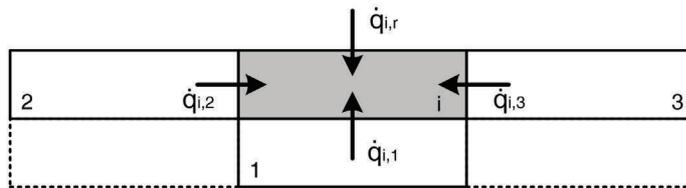


Abb. 3.10: Schematische Darstellung der Wärmestromdichten an einem Randelement i (nach [96])

Der resultierende Wärmestrom am Element i bewirkt eine Temperaturänderung $\Delta\vartheta_i$ im Zeitinkrement Δt , welche von den Elementabmessungen ($a_i b_i$) sowie den thermischen Materialkennwerten (vgl. Tabelle 3.2) abhängig ist und mithilfe von Gleichung 3.23 bestimmt werden kann.

$$\Delta\vartheta_i = \frac{\Delta t}{c_i \rho_i \cdot a_i b_i} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (3.50)$$

Um die numerische Stabilität der numerischen Berechnung über die Zeit zu gewährleisten, ist das Zeitinkrement Δt zu begrenzen. Hierfür wird nach [161] das Kriterium nach RICHTMEYER herangezogen, welches das Zeitinkrement je Berechnungsschritt auf Basis der kleinsten Elementabmessungen Δx und Δy sowie der thermischen Materialkennwerte

beschränkt.

$$\Delta t \leq \frac{c\rho}{2\lambda} \cdot \frac{\Delta x^2 \Delta y^2}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (3.51)$$

Die Temperaturbeanspruchung innerhalb eines Bauteils setzt sich für den zweidimensionalen Fall aus drei Anteilen zusammen. Diese sind der konstante Temperaturanteil ΔT_N , der linear veränderliche Temperaturanteil ΔT_M und der nichtlinear veränderliche Temperaturanteil ΔT_E . Die wesentlichen Beanspruchungen bzw. Verformungen resultieren aus den konstanten und den linear veränderlichen Temperaturanteilen, welche einerseits eine Ausdehnung bzw. ein Schrumpfen oder eine Verkrümmung des Bauteils zur Folge haben.

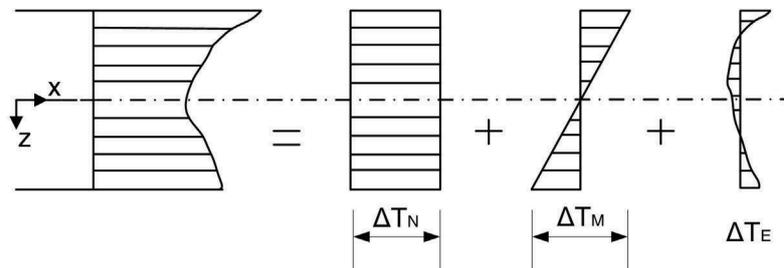


Abb. 3.11: Temperaturbeanspruchungen nach [47]

Die konstante Temperaturschwankung ΔT_N ergibt sich aus dem Mittelwert der Elementtemperaturen $\bar{\vartheta}$ abzüglich der Aufstelltemperatur ϑ_0 .

$$\Delta T_N = \bar{\vartheta} - \vartheta_0 = \left(\frac{1}{n} \sum_j \vartheta_j \right) - \vartheta_0 \quad (3.52)$$

Der linear veränderliche Anteil ΔT_M , auch vertikaler Temperaturgradient genannt, lässt sich nach [63] aus dem Flächenintegral der Temperaturverteilung über den Querschnitt mit Bezug auf dessen Schwerpunkt bestimmen.

$$\Delta T_M = \frac{h}{I_y} \int_A \vartheta(y, z) z \, dA \quad (3.53)$$

Dabei ist h die Querschnittshöhe und I_y das Trägheitsmoment. Für einen numerischen Ansatz wird das Flächenintegral durch die Aufsummierung des Produkts der Temperaturen $\vartheta_{i,j}$ der Elemente i, j mit den zugehörigen Vertikalabständen zum Schwerpunkt $z_{i,j}$ und

der jeweiligen Elementfläche $A_{i,j}$ ermittelt.

$$\Delta T_M = \frac{h}{I_y} \sum_i \sum_j \vartheta_{i,j} z_{i,j} A_{i,j} \quad (3.54)$$

Für den Fall eines Rechteckquerschnitts bzw. Plattenstreifen, wie z. B. bei der Parabolshale vereinfachend angenommen, folgt in Abhängigkeit des Widerstandsmoments W :

$$\Delta T_M = \frac{2}{W} \sum_j \vartheta_j z_j A_j \quad (3.55)$$

3.2.4 Auswertung und Ansatz einer Temperaturbeanspruchung

Mithilfe des beschriebenen Verfahrens wurde die Temperaturbeanspruchung innerhalb der Parabolrinne an einem Ersatzmodell als 5 cm dicker Plattenstreifen für den Standort Marrakesch und das Jahr 2014 (vgl. Abbildung 3.9) numerisch simuliert. Dabei wurden jeweils fünf Finite-Elemente über die Höhe mit einer Dicke von 1 cm und einer Breite von ca. 5,5 cm generiert, da nur an der Ober- und Unterseite der Schale eine Temperaturbeanspruchung berücksichtigt wurde. Somit war in Dickenrichtung eine feinere Diskretisierung erforderlich. Die Auswertung erfolgte sowohl für eine Verspiegelung mit Silberspiegelreflektoren als auch für eine Aluminiumverspiegelung (vgl. Tabelle 3.3). Die Ergebnisse sind als Jahresverlauf für die konstante Temperaturschwankung ΔT_N mit einer Aufstelltemperatur $\vartheta_0 = 20^\circ\text{C}$ und den vertikalen Temperaturgradienten ΔT_M (negativ bei wärmerer Reflektorseite) in Abbildung 3.12 dargestellt. Der nichtlineare Temperaturanteil ΔT_E hat keinen wesentlichen Einfluss und wird vernachlässigt.

Es zeigt sich, dass der mittlere Temperaturverlauf $\bar{\vartheta}$ mit der angesetzten Lufttemperaturbeanspruchung, insbesondere für die minimalen Temperaturen, vergleichbar ist. Die maximalen Temperaturen sind – maßgeblich aufgrund der direkten Globalstrahlung – höher als die ihnen zugrunde liegende Lufttemperatur. Wie zu erwarten ist diese bei der Aluminiumverspiegelung und somit größeren Emissionswerten ε höher als bei Silberspiegelreflektoren. Das zeigt sich auch bei der mittleren Temperaturschwankung ΔT_N , welche im Bereich von -16 bis 24°C (Silberglasspiegel) bzw. -17 bis $26,5^\circ\text{C}$ (Aluminiumspiegel) liegt. Den Einfluss der Reflektorseite, also der Anteil der absorbierten Strahlung, wird insbesondere anhand des Temperaturgradienten ΔT_M deutlich. Da die Parabolshale bei einer fast vollständigen Reflexion der Globalstrahlung durch die Silberglasspiegel kaum radiative Beanspruchung der Oberseite erfährt, hängt der Temperaturgradient maßgeblich

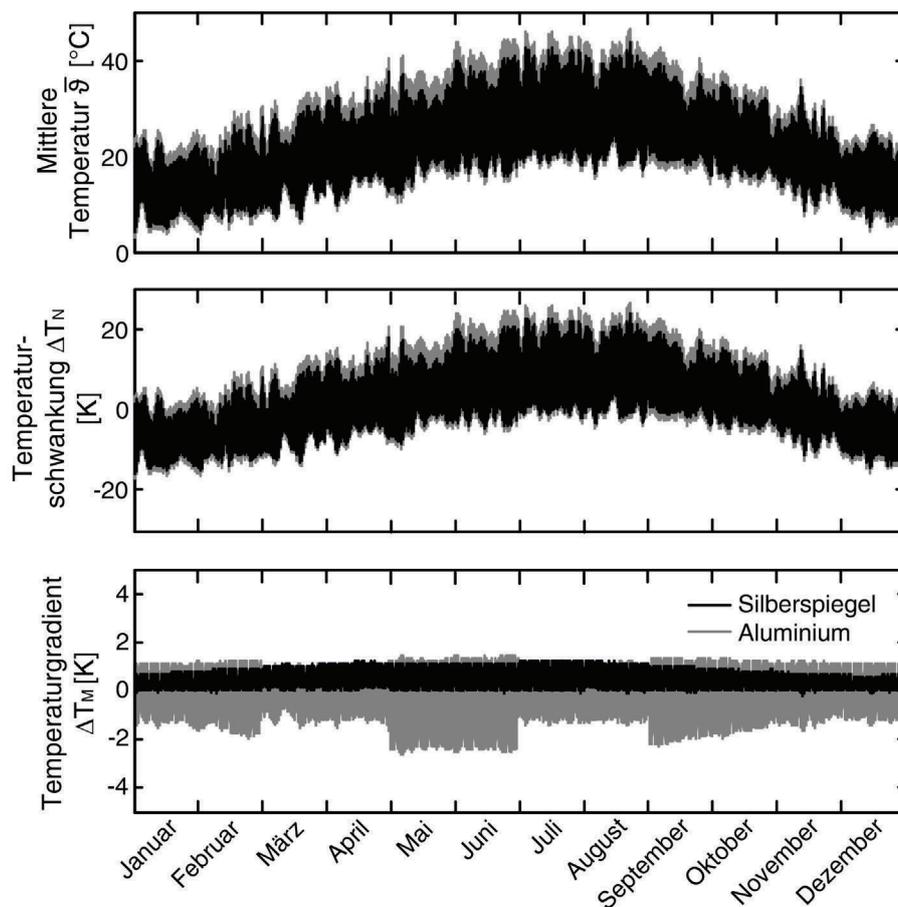


Abb. 3.12: Simulierte Temperaturbeanspruchung der Parabolschale über das Jahr 2014

von den stark abgeminderten Strahlungsanteilen auf der Schalenunterseite ab. Daraus resultiert ein geringer Temperaturgradient von $-0,2$ bis $1,3$ K. Beim Ansatz von Aluminiumreflektoren ist der Temperaturgradient mit $-2,6$ bis $1,5$ K erwartungsgemäß höher. In Anbetracht einer angestrebten maximalen Energiegewinnung ist der Ansatz eines solchen Aluminiumreflektors mit einem mittleren Emissionsgrad von ca. 22 % als unwirtschaftlicher Grenzfall der linear veränderlichen Temperaturbeanspruchung anzusehen. Sprünge im Verlauf des Temperaturgradienten ΔT_M zwischen einzelnen Monaten resultieren aus unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten, welche als Monatsmittel angesetzt sind und zwischen 2 und 3 Beaufort variieren.

Das hier vorgestellte Verfahren zur numerischen Ermittlung von Temperaturbeanspruchungen einer Parabolschale aus Beton wurde primär für die Berechnung von instationären Wärmefeldern bei Brückentragwerken entwickelt und verifiziert [93, 96, 132]. Zur Übertragung auf eine dünne Betonstruktur waren Vereinfachungen erforderlich. Thermische Vergleichswerte zur Überprüfung der ermittelten Temperaturen stehen aufgrund des

neuartigen Anwendungsfalls nicht zur Verfügung, sodass ein konservativer, einhüllender Ansatz mit einer konstanten Temperaturdifferenzen von $\Delta T_N = \pm 30 \text{ K}$ und einem linearen Temperaturgradienten von $\Delta T_M = \pm 5 \text{ K}$ gewählt wird. Da eine Korrelation zwischen Temperaturschwankung und -gradient nicht gegeben ist, also extremale Temperaturschwankungen nicht nachweislich gleichzeitig extremale Temperaturgradienten zur Folge haben, werden diese bei simultaner Berücksichtigung zusätzlich gewichtet. Die Wichtung erfolgt in Anlehnung an [47]:

$$1,00 \Delta T_N + 0,75 \Delta T_M \quad (3.56)$$

$$0,35 \Delta T_N + 1,00 \Delta T_M \quad (3.57)$$

Die konstante Temperaturänderung ΔT_N bewirkt dabei ein Aufweiten bzw. Zusammenziehen des Querschnitts, was jedoch nur einen geringen Einfluss auf die Solarstrahlenlenkung hat (vgl. Abbildung 2.10). Anders ist es beim vertikal veränderlichen Temperaturgradienten ΔT_M , welcher eine Verkrümmung der Parabelform bewirkt. Der Temperaturansatz nach Gleichung 3.57 stellt damit den maßgeblichen Fall dar. Die größtmögliche Solarstrahlenablenkung, welche die optische Wirksamkeit beeinflussen, erfährt die Parabolschale dabei für die Grenzwerte von $\Delta T_N = 30 \text{ K}$ und $\Delta T_M = -5 \text{ K}$, welche als maßgebende Temperaturbeanspruchungen angesetzt werden (vgl. Kapitel 5).

3.3 Initialverformungen

Während des Herstellungsprozesses einer Parabolschale aus Beton kommt es zu Formabweichungen zur idealen Parabel. Diese resultieren z. B. aus Schalungsungenauigkeiten oder Applikationsfehlern der Reflektorelemente. Aufgrund der Überlagerung mit anderen Verformungen können diese Einfluss auf die Wirksamkeit des Kollektormoduls haben. Daher werden zur Berücksichtigung initialer Formabweichungen stochastisch generierte, korrelierte Zufallsfelder als Formverschiebung über die Öffnungsweite generiert. Der hier vorgestellte Ansatz beruht auf einer Methode zur Generierung räumlich variabler Materialeigenschaften eines Finite-Elemente Modells nach [2, 160].

3.3.1 Stationäre Zufallsfelder als Formabweichung

Rein deterministische Betrachtungsweisen reduzieren in den Ingenieurwissenschaften die von Ungenauigkeiten geprägte Wirklichkeit auf eine skalare Ebene. Dies hat den Vorteil, dass es nur eine richtige Lösung zu einer Problemstellung gibt und Streuungen nicht (direkt) berücksichtigt werden. Viele Parameter, wie z. B. die Betondruckfestigkeit oder das Elastizitätsmodul, sind jedoch von Natur aus Streuungen unterlegen, welche in Natur und Technik meist näherungsweise normalverteilt sind [74]. Um eine statistische Verteilung zu beschreiben, haben sich dabei der Mittelwert μ , die Varianz σ^2 und die Standardabweichung σ als wesentliche Kenngrößen etabliert.

$$\mu = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \sum_i x_i f(x_i) \quad (3.58)$$

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \sum_i (x_i - \mu)^2 f(x_i) \quad (3.59)$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (3.60)$$

Neben den trivialen Maximal- bzw. Minimalwerten sind die Quantil- bzw. Fraktilwerte weitere häufig verwendete Kennwerte. Sie werden beispielsweise beim semiprobabilistischen Bemessungskonzept der aktuellen Normung (z. B. [49]) angewandt und resultieren dort in Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerten. Für eine weiterführende, umfangreiche Darstellung und Diskussion der stochastischen Grundlagen sei an dieser Stelle auf weiterführende Literatur (z. B. [2, 25, 91]) verwiesen.

Zur Generierung sowohl zeitlicher als auch räumlicher Fluktuationen dient die Methode der Zufallsfelder. Werden diese auf rein ortsabhängige Streuungen beschränkt, spricht man von stationären Zufallsfeldern. Sie sind also nicht von der Zeit, sondern nur von einem Ortsvektor \mathbf{x} abhängig. Nach [94] ist ein GAUSS'sches Zufallsfeld $W(\mathbf{x})$ eindeutig durch die Funktion des Mittelwerts $\mu_W(\mathbf{x})$, die Funktion der Varianz $\sigma_W^2(\mathbf{x})$ und die Funktion der Autokorrelation $\rho_W(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ definiert. Die Autokorrelation gibt die Vergleichbarkeit zwischen den Zufallsvariablen an den Orten \mathbf{x}_i und \mathbf{x}_j an.

Die Veränderlichkeit eines Zufallsfeldes zwischen zwei Orten \mathbf{x}_1 und \mathbf{x}_2 wird durch die Kovarianzfunktion R_{WW} ausgedrückt.

$$R_{WW}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \text{Cov} [W(\mathbf{x}_1), W(\mathbf{x}_2)] = E [(W(\mathbf{x}_1) - \mu_W(\mathbf{x}_1)) (W(\mathbf{x}_2) - \mu_W(\mathbf{x}_2))] \quad (3.61)$$

Der Erwartungswert E gibt den Wert einer Zufallsvariable wieder, den diese im Mittel erreicht. In der deskriptiven Statistik entspricht dies dem arithmetischen Mittel einer Häufigkeitsverteilung. Für eine Auswertung mit beliebigen Ortskombinationen \mathbf{x}_i und \mathbf{x}_j resultiert eine Kovarianzmatrix, deren Einträge der Hauptdiagonalen die Varianzen des Zufallfeldes sind. Ferner gilt die Symmetriebedingung

$$R_{WW}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = R_{WW}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) . \quad (3.62)$$

Die Funktion der Standardabweichung lässt sich aus der Quadratwurzel der Kovarianz bestimmen.

$$\sigma_W(\mathbf{x}) = \sqrt{R_{WW}(x)} \quad (3.63)$$

Durch Normierung bestimmt sich der ortsunabhängige, dimensionslose Korrelationskoeffizient, im Weiteren als Korrelationsfunktion bezeichnet [2, 155], zu:

$$\rho_W(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{R_{WW}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)}{\sigma_W(\mathbf{x}_1)\sigma_W(\mathbf{x}_2)} \quad \text{mit } -1 \leq \rho_W \leq 1 \quad (3.64)$$

Wenn der Abstand zwischen zwei Orten als Relativvektor $\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$ ausgedrückt wird, kann die Kovarianz allein in Abhängigkeit des Relativvektors bestimmt werden.

$$R_{WW}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = R_{WW}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 + \boldsymbol{\zeta}) = R_{WW}(\boldsymbol{\zeta}) \quad (3.65)$$

Basierend auf Gleichung 3.64 lässt sich die Kovarianzfunktion somit vereinfachend durch die Funktion der Varianz und der Korrelationsfunktion in Abhängigkeit von dem Unterschied zweier beliebiger Orte ausdrücken.

$$R_{WW}(\boldsymbol{\zeta}) = \sigma_W^2 \cdot \rho_W(\boldsymbol{\zeta}) \quad (3.66)$$

Die Höhe der Streuung des Zufallfeldes wird somit über die Varianz definiert, während für die Variabilität zwischen zwei Orten eine Korrelationsfunktion gewählt werden muss. Hierfür wird in [160] eine isotrope Korrelationsfunktion mit quadratisch exponentiellem Ansatz vorgeschlagen. In [2] werden verschiedene Korrelationsfunktionen – lineare, exponentielle, quadratisch exponentielle sowie assoziiert mit autoregressivem Prozess 2. Ordnung – gegenübergestellt. Die Wahl einer geeigneten Korrelationsfunktion spielt jedoch im Vergleich zur jeweiligen Korrelationslänge l_W , welche in der Regel als Tragwerksabmessung angesetzt wird, eine untergeordnete Rolle [155]. Daher wird auch

innerhalb dieser Arbeit die im Ingenieurbereich typischerweise genutzte exponentielle Korrelationsfunktion verwendet [83]. Dadurch lässt sich die Kovarianzfunktion für ein isotropes Zufallsfeld exponentieller Art wie folgt beschreiben:

$$R_{WW}(\xi) = \sigma_W^2 \cdot \exp\left(-\frac{\xi}{l_W}\right) \quad (3.67)$$

Zur Abbildung des Zufallsfeldes als Fluktuation werden die initialen Vorverformungen direkt als Knotenverschiebungen an das Finite-Elemente Netz der numerischen Simulation angepasst. Dazu sollte das Elementnetz fein genug gewählt werden, was aufgrund des Genauigkeitsanspruchs der Simulationsergebnisse in der Regel gegeben ist. Die Initialabweichungen können dadurch mit den numerisch ermittelten Verformungen aus den anderen spezifischen Beanspruchungen netzaffin überlagert und anschließend an die Wirksamkeitsanalyse übergeben werden.

Da eine Verformung über die Längsachse des Parabolkollektors einen vernachlässigbaren Anteil an den Wirksamkeitsverlusten hat (vgl. Kapitel 2), werden nur für die Öffnungsweite der Parabolschale Initialverformungen als korreliertes Zufallsfeld generiert. Die transversale Richtung wird als voll korreliert angesehen ($l_W \rightarrow \infty$). Die Autokovarianzfunktion R_{WW} – vereinfachend skalar betrachtet – nach Gleichung 3.67 für zwei Knotenpunkte \mathbf{x}_i und \mathbf{x}_j ergibt sich somit zu:

$$R_{WW}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sigma_W^2 \cdot \exp\left(-\frac{\sqrt{(x_{i,1} - x_{j,1})^2 + (x_{i,2} - x_{j,2})^2}}{l_W}\right) \quad (3.68)$$

Aus einer Auswertung aller Kombinationen der Knotenpaare \mathbf{x}_i und \mathbf{x}_j mit $i, j = 1 \dots n_{nodes}$ (n_{nodes} – Anzahl der Knotenpunkte über die Öffnungsweite) resultiert die Korrelationsmatrix \mathbf{C} .

$$\mathbf{C} = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Phi} \quad (3.69)$$

Unter der Annahme normalverteilter Zufallsvariablen führt eine Eigenwertzerlegung von \mathbf{C} , nach Gleichung 3.69 in Eigenvektoren $\mathbf{\Phi}$ und Eigenwerte $\mathbf{\Lambda}$, in einen unkorrelierten Raum der Zufallsvariablen. Dabei dienen die Eigenwerte λ_i nach [92] für eine reduzierte Anzahl n_r als Varianzen der neuen jedoch unkorrelierten Zufallsvariablen Z mit einem Mittelwert von 0. Als effizient hat sich das Sampling der Zufallsvariablen anhand erweiterter Monte-Carlo Verfahren erwiesen [2]. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher das

Latin-Hypercube Sampling (z. B. [116], vgl. Kapitel 4.3.2) verwendet. Anschließend kann die Fluktuation des Zufallsfeldes $\Delta \mathbf{W}$ ermittelt werden.

$$\Delta \mathbf{W} = \Phi \cdot \mathbf{Z} \quad (3.70)$$

Das gesamte diskrete Zufallsfeld über die Knotenpunkte der Parabelöffnungsweite, welches um den Mittelwertvektor \mathbf{W}_0 erweitert wird, ergibt sich zu:

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}_{nodes}) = \mathbf{W}_0 + \Delta \mathbf{W} = \mathbf{W}_0 + \Phi \cdot \mathbf{Z} \quad (3.71)$$

Da das Zufallsfeld als initiale Abweichung einer idealen Parabelform angesehen wird, entspricht der Mittelwertvektor \mathbf{W}_0 dem Nullvektor $\mathbf{0}$.

3.3.2 Auswertung und Ansatz eines stationären Zufallsfeldes als Initialverformung

Zur Einstellung eines Zufallsfeldes als Initialverformung müssen die wesentlichen Parameter, d. h. die Korrelationslänge l_W , die ursprüngliche Varianz σ_W^2 sowie die Anzahl der Ortspunkte über die Öffnungsweite n_{nodes} , sowohl an das Modell der Finite-Elemente Simulation als auch an die zu erwartenden Verformungen angepasst werden. Die Ortspunkte entsprechen den Knotenpunkten des Finite-Elemente Netzes über die Öffnungsweite des numerischen Modells. Für ein Simulationsmodell mit einer Geometrie entsprechend des *EuroTrough*-Moduls mit einer Öffnungsweite von 5,77 m haben sich Elementgrößen mit einer Kantenlänge von ca. 0,15 m als hinreichend genau erwiesen (vgl. Kapitel 5.2.2). Dies entspricht 40 Elementen über die Öffnungsweite, d. h. eine Knotenanzahl von $n_{nodes} = 41$, und dient im Weiteren als Referenz.

Die Korrelationslänge l_W definiert das Erscheinungsbild des Zufallsfeldes, wobei zwischen den beiden Grenzfällen

- $l_W \rightarrow 0$: unkorreliert
- $l_W \rightarrow \infty$: vollkorreliert

unterschieden wird. Abbildung 3.13 zeigt die Auswirkung verschiedener Korrelationslängen auf die Streuung des Zufallsfeldes über 41 Knotenpunkte. Für große Korrelationslängen zeigen sich nur geringe, beinahe lineare Fluktuationen, was einer kontinuierlichen

Verschiebung entspricht. Bei sehr geringen Korrelationslängen ($l_W \leq 0,1$) treten im Gegensatz dazu starke Schwankungen auf.

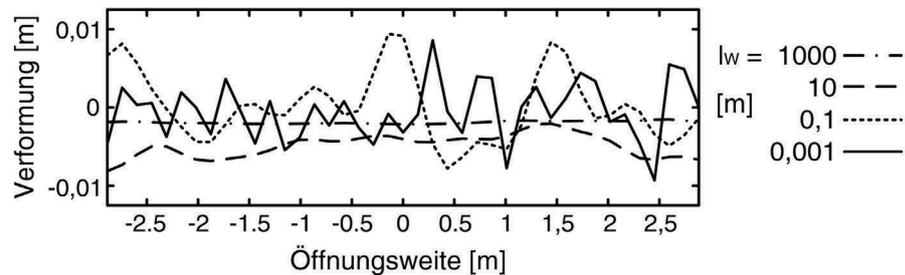


Abb. 3.13: Abhängigkeit des Zufallsfeldes von der Korrelationslänge

Zur Beurteilung des Einflusses unterschiedlicher Ausprägungen der Verformungen (kontinuierliche Formabweichung bzw. starke Fluktuationen) wurde für verschiedene Kombinationen von Korrelationslängen l_W und Standardabweichungen σ_W die optische Wirksamkeit η für die geometrischen Randbedingungen des *EuroTrough*-Moduls bestimmt (Abbildung 3.14).

Erwartungsgemäß wird bei dem Ansatz geringer Verformungen eine maximale optische Wirksamkeit $\eta = 1$ erreicht. Bei großen Verformungen strebt diese gegen Null. Jedoch hat die Korrelationslänge einen maßgeblichen Einfluss, da für quasi unkorrelierte Ansätze, d. h. für kleine Korrelationslängen, bereits kleine Verformungen mit einer Standardabweichung $\sigma_W < 0,1$ mm ausreichen, um keine volle Wirksamkeit ($\eta < 1$) mehr zu erzielen. Bei quasi vollkorrelierten Ansätzen mit $l_W > 100$ m wird immer noch eine volle Wirksamkeit auch bei Verformungen mit $\sigma_W < 0,01$ m erreicht.

Es lässt sich somit feststellen, dass Verformungen im Mikrobereich bereits Wirksamkeitsverluste zur Folge haben, wenn diese starke Verzerrungen der Parabelform erzeugen, woraus große Winkelfehler resultieren. Verformungen im Makrobereich beeinflussen auch die Solarstrahlableitung, führen aber bei gutmütigen, also hohen Korrelationslängen, zu keiner Wirksamkeitsminderung.

Für den Ansatz der ungewollten, herstellungsbedingten Initialverformungen wird eine Standardabweichung $\sigma_W = 0,25$ mm zugrunde gelegt, wodurch eine Abweichung innerhalb von $\pm 0,5$ mm für 95,45 % ($\pm 2\sigma$) berücksichtigt wird. Diese Differenz zur idealen Lage ist aus der Toleranzanforderung von Tübbinginnendurchmessern mit einer Ringgröße von $\leq 8,0$ m, was eine gute Näherung zu einem Parabolsegment des *EuroTroughs* ist, abgeleitet und somit auch baupraktisch umsetzbar. Die Korrelationslänge wurde mit der halben

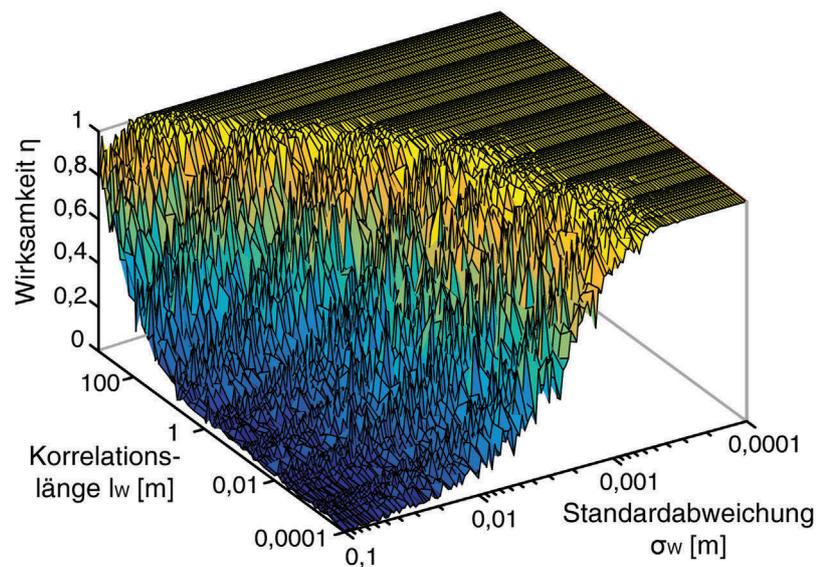


Abb. 3.14: Abhängigkeit der Korrelationslänge l_W und der Standardabweichung σ_W auf die optische Wirksamkeit η

Öffnungsweite angesetzt, um eine Einflusslänge für lokale Maximalabweichungen von ca. 0,5 m zu generieren. In Abbildung 3.15 sind beispielhaft für 100 Simulationsrechnungen die auf korrelierten Zufallsfeldern basierenden Verformungsansätze dargestellt. Diese werden mit den Verformungen der anderen Beanspruchungen für die Wirksamkeitsanalyse überlagert und dafür jeweils neu generiert.

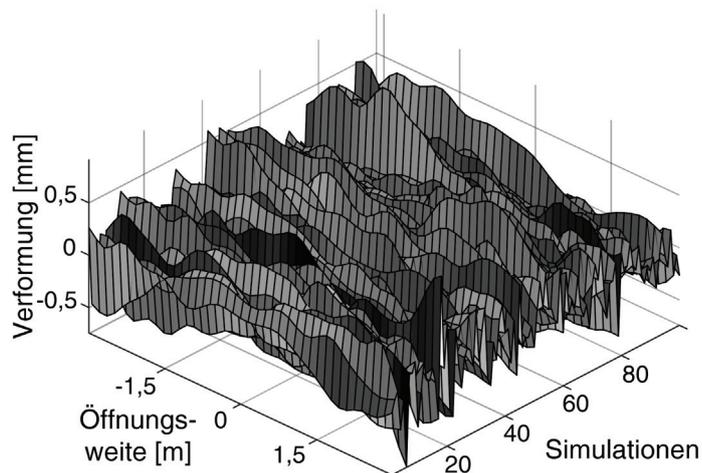


Abb. 3.15: Exemplarische Initialverformungen anhand von 100 Simulationen

3.4 Zeitabhängiges Materialverhalten

3.4.1 Hochfester Nanodur[®]-Beton

Beton ist ein idealer Werkstoff, um Tragwerke beliebiger Form zu realisieren, da er als Frischbeton frei formbar ist und im erhärteten Zustand eine hohe (Druck-)Festigkeit besitzt. Insbesondere mit Hochleistungsbetonen können sehr schlanke und filigrane Bauteile (z. B. [28]) realisiert werden. Eine Übersicht über die vielseitigen Anwendungsmöglichkeiten, auch abseits reiner Tragstrukturen, sind z. B. in [138] zu finden.

Im Rahmen dieser Arbeit dient ein an der Technischen Universität Kaiserslautern entwickelter hochfester Feinkornbeton, der bereits für die Herstellung des Großdemonstrators (vgl. Abbildung 2.14) Verwendung fand, als Werkstoff für die numerischen Berechnungen. Dieser Beton basiert auf dem Bindemittel „Nanodur[®] Compound 5941 weiß“, welches eine Bindemittelvormischung des Zements CEM II/B-S 52,5 R und Quarzmehl im Verhältnis 59:41 ist. Eine detaillierte Angabe der Betonzusammensetzung ist in Tabelle 3.4 gegeben.

Tab. 3.4: Betonrezeptur des verwendeten Feinkornbetons

Nanodur [®] Compound 5941 weiß	1042,0	kg/m ³
Rheinsand 0/2	426,0	kg/m ³
Basaltsplitt 1/3	882,0	kg/m ³
Zugabewasser (ohne Fließmittel)	160,0	kg/m ³
Fließmittel	20,3	kg/m ³
Schwindreduzierer	8,0	kg/m ³

Der Beton zeichnet sich trotz eines geringen w/z -Werts durch seine gute Verarbeitbarkeit aus, da er sowohl fließfähig als auch selbstverdichtend ist und als Frischbeton eine hefeteigartige Konsistenz besitzt [114]. Darüber hinaus unterscheidet er sich von üblichen Betonen durch sein dichtes Betongefüge und seine hohe Zugfestigkeit, was typische Eigenschaften eines ultra-hochfesten Betons (*Ultra-High Performace Concrete* – (UHPC)) sind. Allein durch die zu geringe Druckfestigkeit kann keine Eingruppierung zu den ultra-hochfesten Betonen erfolgen, da diese nach [137] Druckfestigkeiten im Bereich von ca. 150 – 250 N/mm² besitzen. Der Nanodur-Beton[®] zeichnet sich insbesondere durch seine hohe Biegezugfestigkeit von $f_{ct,fl} = 15,1$ N/mm² und eine Druckfestigkeit von $f_c = 109,1$ N/mm² aus. Diese resultiert aus dem sehr engen Betongefüge, wodurch es zu einer gleichmäßigen

Verteilung der inneren Spannungen und somit zu einer Festigkeitssteigerung kommt. Für UHPC kann dabei bis zu einer Festigkeit von ca. 70 – 80 % der Druckfestigkeit f_c ein linear-elastisches Materialverhalten nachgewiesen werden. Dies führt jedoch zu einem spröden, explosionsartigen Versagen bei Erreichen der Druckfestigkeit. Die wesentlichen Festbetoneigenschaften, welche die materielle Grundlage der numerischen Simulation bilden, sind in Tabelle 3.5 zusammengefasst. Das angesetzte Materialmodell für den Beton ist in Kapitel 5.2.3 näher erläutert.

Tab. 3.5: Festbetoneigenschaften des verwendeten Feinkornbetons

Elastizitätsmodul E_c	47.600	N/mm ²
Zylinderdruckfestigkeit f_c	109,1	N/mm ²
Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$	15,1	N/mm ²
Festbetonrohddichte ρ_c	2.524	kg/m ³

Die Anforderungen an den Beton hinsichtlich einer Nutzung für Solarkollektormodule sind neben einer guten Verarbeitbarkeit, der Widerstandsfähigkeit und der Wirtschaftlichkeit auch ein hoher Anspruch an die Formtreue sowohl in kurz- als auch in langfristiger Sicht. Der Werkstoff Beton zeichnet sich jedoch durch ein zeitabhängiges Verformungsverhalten aus. Dies ist in lastunabhängige Schwind- und lastbedingte Kriechverformungen, sowie Relaxation (mit identischen Mechanismen zum Kriechprozess gezählt) zu unterscheiden. Grundsätzlich kann die Verformung von Beton als Summe der Betondehnungen ε_c zu einem Zeitpunkt t aus lastinduzierten elastischen Dehnungen $\varepsilon_{ci}(t_0)$, Schwinddehnungen $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ und Kriechdehnungen $\varepsilon_{cr}(t, t_0)$ nach Abbildung 3.16 wiedergegeben werden.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_s) + \varepsilon_{cr}(t, t_0) \quad (3.72)$$

Die elastische Dehnung ε_{ci} beschreibt dabei den reversiblen Anteil der Betondehnung, welche infolge einer Belastung zum Zeitpunkt t_0 auftritt, aber bei kompletter Entlastung zum Zeitpunkt t_e vollständig zurückgeht. Ebenso ist die Kriechdehnung ε_{cc} lastbedingt und als viskose Verformung des Betons zu deuten. Dabei nähert sie sich mit der Zeit einer Grenzdehnung an, welche in der Regel über die Grundkriechzahl φ_0 bestimmt wird. Voraussetzung hierfür ist die Proportionalität zwischen Spannungen und Dehnung und somit ein linear-elastisches Materialverhalten. Bei Normalbeton entspricht dies einer Spannungsbegrenzung von ca. $\sigma_c \leq 0,4f_c$, für UHPC bis zu $0,8f_c$. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein linear-elastisches Materialverhalten stets vorausgesetzt, sodass nichtlineare Kriecheffek-

te ausgeschlossen werden und für weitere Informationen auf ergänzende Fachliteratur (z. B. [22]) verwiesen wird. Auch Schwinddehnungen ε_{cs} , welche eine Volumenverminderung infolge Trocknung des Betons beschreiben, konvergieren für $t \rightarrow \infty$ zu einer Grenzdehnung $\varepsilon_{cs,\infty}$.

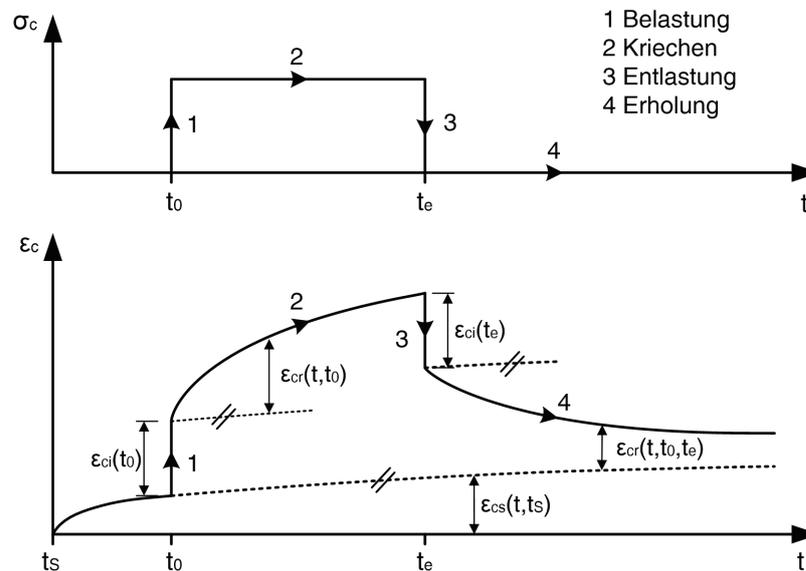


Abb. 3.16: Langzeitverformung von Beton nach [22]

Da die Parabolschale möglichst geringe Verformungen aufweisen soll, wird für eine Dimensionierung der Verbleib im Zustand I vorausgesetzt, sodass rechnerisch keine Bewehrung erforderlich wird. Zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilversagens im Sinne einer Mindestbewehrung können neben konventioneller Bewehrung, welche möglicherweise aufgrund der sehr filigranen Strukturen nicht nutzbar ist, auch Stahlfaser- [68, 100], Mikro Stahl- [139] oder auch Textilbewehrung [38, 55] zum Einsatz kommen. Eine Bemessung und Konstruktion hinsichtlich der Robustheitsbewehrung ist jedoch nicht Teil dieser Arbeit und wird daher nicht weiter verfolgt. Für eine Serienfertigung von Kollektormodulen als Parabolschalen ist sie unumgänglich.

3.4.2 Kriechen

Kriechen ist definiert als zeitliche Zunahme der Dehnung unter einer konstanten Spannung (Abbildung 3.16). Unter der im Gebrauchsspannungszustand üblichen Annahme der Proportionalitätsbedingung zwischen der Kriechdehnung und der kriecherzeugenden

Spannung kann die gesamte, (dauer-)lastabhängige Betondehnung ε_{cs} näherungsweise mit dem Superpositionsprinzip als Erhöhung der elastischen Dehnung ε_{el} bestimmt werden.

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{cr} = \varepsilon_{el} (1 + \varphi(t, t_0)) \quad (3.73)$$

Hierbei entspricht $\varphi(t, t_0)$ der Kriechzahl, welche für $t \rightarrow \infty$ gegen die Endkriechzahl φ_0 konvergiert. Somit hängt die lastabhängige Langzeitverformung der Parabolshale nach Gleichung 3.73 grundsätzlich von den Eigenlasten ab.

Da jedoch die Eigenlasten aufgrund der Sonnennachführung eine zeitlich veränderliche Spannungsgeschichte in der Schale hervorrufen, verliert Gleichung 3.73 ihre Gültigkeit. Sie beruht auf einer konstanten Spannung. Unter der Annahme linearer Viskoelastizität – verschiedene Modelle zur Berücksichtigung von Kriechprozessen mithilfe der linearen Viskoelastizitätstheorie sind in [22] gegeben – kann jedoch durch inkrementelle Zerlegung der Spannungsgeschichte das Superpositionsprinzip weiterhin Anwendung finden. Dabei wird grundsätzlich zwischen „stufenartiger“ und „impulsartiger“ Zerlegung des zeitlichen Spannungsverlaufs unterschieden (Abbildung 3.17), welche sich in ihren Ergebnissen gleichen, falls keine weiteren Parameter, wie z. B. Feuchtigkeit, Einfluss auf das Kriechen haben [144].

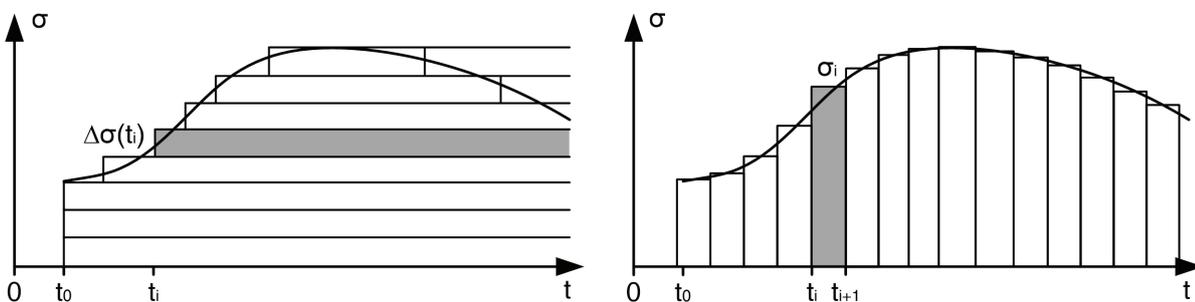


Abb. 3.17: „Stufenartige“ und „impulsartige“ Zerlegung des zeitlichen Spannungsverlaufs nach [13]

Bei der „stufenartigen“ Zerlegung wird die Spannungsgeschichte in n Spannungsabschnitte der Größe $\Delta\sigma$ gegliedert, wodurch sich die Kriechdehnung annähernd als Summe der jeweils resultierenden Einzelkriechdehnungen über eine materialspezifische Kriechfunktion $\varphi(t, t_0)$ bestimmen lässt.

$$\varepsilon_{cr} \approx \sum_{i=1}^n \Delta\sigma_i \varphi(t_i, t_0) \quad (3.74)$$

Vereinfachend wird für die Ermittlung der Kriechdehnung eine täglich gleiche Spannungsgeschichte angenommen, sodass sich eine „impulsartige“ Zerlegung anbietet. Hier wird der Spannungsverlauf in einzelne Zeitinkremente Δt_i mit zugehöriger mittlerer Spannung $\sigma(t'_i)$ eingeteilt. Dadurch kann bei vorgegebener Sonnennachführung für jede Tageszeit die Spannung in der Schale bestimmt und somit die Kriechdehnung ε_{cr} als Summe der inkrementellen Dehnungsunterschiede näherungsweise über n Zeitinkremente ermittelt werden.

$$\varepsilon_{cr} \approx \sum_{i=0}^n \sigma(t'_i) [\phi(t_i, t_0) - \phi(t_{i+1}, t_0)] \quad (3.75)$$

Für den Grenzfall von $n \rightarrow \infty$ und $\Delta t_i \rightarrow 0$ folgt:

$$\varepsilon_{cr} = \int_{t'} \sigma(t') \frac{\partial \phi(t')}{\partial t'} dt' \quad (3.76)$$

Wird weiterhin der vorausgesetzte, lineare Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung beachtet, kann die Kriechdehnung für eine variable Spannung in Abhängigkeit eines Ortsvektors $\mathbf{x}(t)$, welcher die Parabolschalenkoordinaten aufgrund der Kollektorauslenkung im Tagesverlauf beschreibt, ermittelt werden.

$$\varepsilon_{cr}(t, t_0, \mathbf{x}(t)) = \int_{t'} \varepsilon_{el}(\mathbf{x}(t)) \dot{\phi}(t', t_0) dt' \quad (3.77)$$

Unter Berücksichtigung des Spannungsverlaufs aus Eigenlasten und der somit resultierenden elastischen Dehnungen eines Tages, bestimmen sich die Kriechdehnungen näherungsweise zu

$$\varepsilon_{cr}(t_{\infty}, t_0) \cong \bar{\varepsilon}_{el,24h} \int_0^{t_{\infty}} \dot{\phi}(t', t_0) dt' = \bar{\varepsilon}_{el,24h} \cdot \varphi_0, \quad (3.78)$$

wobei $\bar{\varepsilon}_{el,24h}$ (Gleichung 3.79) der mittleren, elastischen Dehnung unter Eigenlasten eines Tages entspricht.

$$\bar{\varepsilon}_{el,24h} = \frac{\int_0^{24h} \varepsilon_{el}(\mathbf{x}(t)) dt}{\int_0^{24h} dt} \quad (3.79)$$

Für ein gegebenes Sonnengangsszenario, welches den kontinuierlichen Sonnengang über den Tag und z. B. die Schutzposition in der Nacht simuliert, kann so eine mittlere elastische Dehnung bestimmt werden. Im Verhältnis zu einer zuvor definierten konstanten

Grenzfallauslenkung, die hier zu einer Auslenkung von $\Phi = 90^\circ$ festgelegt wird, wird ein effektiver Kriechverhältnisbeiwert β_{cr} bestimmt, der als Wichtungsfaktor zur zugehörigen elastischen Dehnung der Grenzfallauslenkung dient.

$$\beta_{cr} = \frac{\bar{\varepsilon}_{el,24h}}{\varepsilon_{el,\Phi=90^\circ}} \quad (3.80)$$

In Tabelle 3.6 sind mögliche Sonnengangsszenarien mit zugehörigem Kriechverhältnisbeiwert, welcher mithilfe der Eigenlastverformungen für das numerische Modell nach Abbildung 5.4 bestimmt wurde, aufgelistet. Es zeigt sich, dass aus einer „kopfüber“ Auslenkung ($\Phi = 270^\circ$) in der Nacht negative Werte für den Kriechverhältnisbeiwert resultieren. Dies entspricht einer gegensätzlichen Eigenlastverformung für die Grenzfallauslenkung und hat bei Überlagerung mit weiteren Verformungseinflüssen eine Reduzierung der Formabweichung zur Folge.

Tab. 3.6: Kriechverhältnisbeiwert für verschiedene Sonnengangsszenarien

Φ [°]	Sonnengangverteilung [h]		Grenzfallszenario [h]
	(i) 12h-Tag	(ii) 8h-Tag	
0	1	1	0
45	2	1,5	0
90	4	3	24
135	2	1,5	0
180	1	1	0
270	12	14	0
β_{cr} [-]	-0,22	-0,37	1

Für die Endkriechzahl φ_0 wird ein Wert von 0,60 angesetzt, was der Kriechzahl nach 240 Tagen eines konvergierten Prismenversuchs aus Nanodur[®]-Beton entspricht [40]. Dieser Wert deckt sich mit der unteren Schranke der zu erwartenden Endkriechzahl für UHPC und liegt typischerweise im Bereich zwischen $0,6 \leq \varphi_0 \leq 1,4$. Mithilfe einer nachträglichen Wärmebehandlung (Tempern) von ca. 70 – 90 °C kann die Endkriechzahl weiter auf Werte zwischen $0,2 \leq \varphi_0 \leq 0,4$ reduziert werden [57].

So folgt für die Kriechverformung zum Zeitpunkt $t = \infty$ basierend auf Gleichung 3.78 mit dem Kriechverhältnisbeiwert für die Mittagsposition:

$$\varepsilon_{cr,\infty} = \beta_{cr} \cdot \varepsilon_{el,\Phi=90^\circ} \cdot \varphi_{240d} \quad (3.81)$$

Hierbei wird als Verhältnisbeiwert $\beta_{cr} = -0,22$ angesetzt, was dem geringeren positiven Effekt, auf die Formabweichung entspricht, da er die elastische Dehnung aus Dauerlast verringert.

Ferner ist es theoretisch möglich durch intelligente Steuerung Kriechverformungen gänzlich zu revidieren, indem in der sonnenlosen Zeit eine der Sonnennachführung entgegengerichtete Kollektorauslenkung gefahren wird.

3.4.3 Schwinden

Schwinden beschreibt die Volumenreduzierung des Betons infolge der Austrocknung. Dabei kann grundsätzlich in vier Schwindkomponenten unterschieden werden [110]:

- Kapillarschwinden: Wasserverlust an der Oberfläche des noch frischen Betons,
- Schrumpfen: Zusammensetzung aus chemischem und autogenem Schwinden,
- Trocknungsschwinden: Eigentliche Austrocknung des Zementstein nach außen und
- Karbonatisierungsschwinden: Umkristallisierungsvorgänge und Freisetzung molekular gebundenen Wassers.

Die wesentlichen Anteile haben dabei das Trocknungsschwinden $\varepsilon_{cds}(t, t_s)$ und das Schrumpfen $\varepsilon_{cas}(t)$, welche zur Gesamtschwinddehnung ε_{cs} aufsummiert werden. Die übrigen Komponenten werden aufgrund ihres marginalen Anteils vernachlässigt.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cds}(t, t_s) + \varepsilon_{cas}(t) \quad (3.82)$$

Im Gegensatz zu normalfesten Betonen reduziert sich bei hochfesten Betonen mit steigender Festigkeit und damit in der Regel verbundenen geringerem w/z -Wert der Einfluss des Trocknungsschwindens, welches zudem bei hygrisch konservierten Lagerungsbedingungen, also unter Verhinderung der Feuchteabgabe, unberücksichtigt bleibt. Der maßgebliche Anteil der Schwinddehnung bei hochfesten Betonen ist somit das innere Selbstaustrocknen, was sich aus chemischem und autogenem Schwinden zusammensetzt. Das chemische Schwinden beschreibt die Volumenreduzierung infolge der chemischen Reaktion zwischen Wasser und Zement während der fortschreitenden Hydratation. Es entstehen Poren, in denen sich ein Unterdruck ausbildet, welcher kapillare Randspannungen am Bauteil und dadurch eine Volumenreduzierung erzeugt (autogenes Schwinden) [119].

In [3] sind Schwindversuche sowohl an normalfesten als auch hochfesten Betonen dokumentiert. Dabei kann gezeigt werden, dass für hochfeste Betone der Anteil des autogenen Schwindens ca. 60% der Gesamtschwinddehnung beträgt, während bei Normalbeton dieser Anteil bei ca. 20% liegt. Für den hochfesten Beton wird eine autogene Schwinddehnung von $\varepsilon_{cas} \approx -0,4\text{‰}$ nach 105 Tagen und eine Gesamtschwinddehnung nach fast 200 Tagen von $\varepsilon_{cs} \approx 0,65\text{‰}$ nachgewiesen, welche bereits konvergiert. Wie auch bei den Kriechprozessen wird die Schwinddehnung durch Tempern verringert und bereits im jungen Betonalter zur Konvergenz gebracht.

Das Endschwindmaß für Nanodur[®]-Beton nimmt Werte bis zu $-0,60\text{‰}$ an [129], was annähernd den Ergebnissen nach [3] entspricht und für die numerische Simulation angesetzt wird. Im Vergleich dazu zeigen ultra-hochfeste Betone Schwinddehnungen bis zu $-0,40\text{‰}$ [27,57].

Um die Schwindverformungen auf die Parabolschale, welche sich stauchend auf die Parabelform auswirkt, als Beanspruchung in die Finite-Elemente Umgebung zu überführen, wird diese praxisüblich über eine äquivalente konstante Temperaturbeanspruchung $\varepsilon_{cs} \Leftrightarrow \alpha \tilde{T}_{sc}$ angesetzt.

4 Ausgewählte Grundlagen der Strukturoptimierung

Optimierungsansprüche finden sich in vielen Bereichen der Gesellschaft wieder, wie z. B. bei betriebswirtschaftlichen Aufgaben zur Minimierung von Verlusten oder um ein Produkt mit minimalen Kosten zu entwickeln. Auch im Ingenieurwesen werden optimierungsgestützte Berechnungen vielfach angewandt [17]. Dabei wird die Strukturoptimierung primär im Bereich des Maschinenbaus eingesetzt, da hier aufgrund einer hohen Wiederholungsrate einzelner, identischer Bauteile bzw. Komponenten, z. B. Schaufeln einer Turbine, das Einsparpotenzial in Summe erheblich größer ist als bei den meist unikalenen Tragstrukturen des Bauwesens. Jedoch finden sich auch im konstruktiven Ingenieurbau bei den am Kraftfluss orientierten Tragwerken [75, 123] oder bei der Querschnittsoptimierung [99] bereits vielfach verschiedene Anwendungsmöglichkeiten.

4.1 Klassifizierung von Optimierungstypen

Die Aufgabe der Strukturoptimierung ist die geometrische, strukturelle oder materielle Veränderung eines Tragwerks hinsichtlich zuvor definierter Entwurfskriterien. Diese Entwurfskriterien sind in der Regel geometrische bzw. mechanische Eigenschaften des Tragwerks oder einzelner Bauteile. Die drei wesentlichen Optimierungsgebiete sind dabei in Abbildung 4.1 dargestellt. Diese können auch als hierarchische Anordnung angesehen werden, welche von topologischer Systemfindung zu Querschnittsoptimierung bzw. Dimensionierung ein ganzheitliches Optimierungsziel anstrebt.

Die **Topologieoptimierung** (z. B. [14, 86, 102, 123]) dient der Entwicklung eines grundsätzlichen topologischen Aufbaus von Tragwerken in einem zuvor definierten Entwurfsraum. Ein typisches Entwurfskriterium ist die Generierung eines Tragwerks maximaler Steifigkeit unter einer zuvor definierten prozentualen Ausnutzung des Entwurfsraums für eine

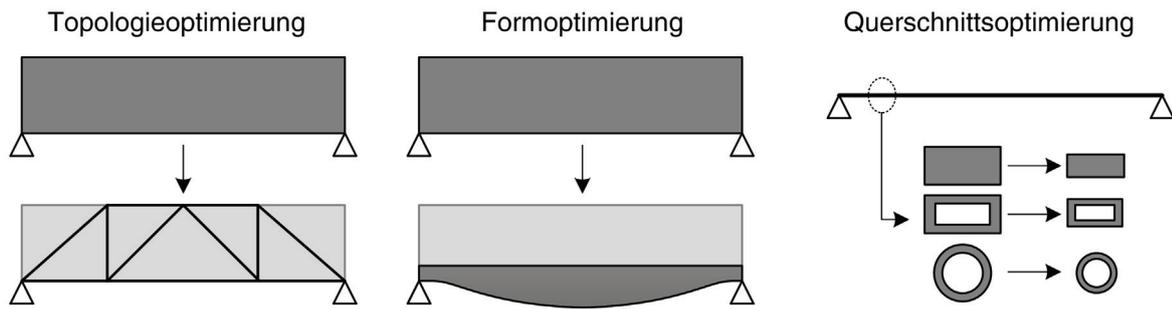


Abb. 4.1: Hierarchiestufen der Strukturoptimierung

bestimmte Lagerungs- und Belastungssituation. So erzeugte Tragwerke haben jedoch in der Regel keine kontinuierliche Form bzw. bereits Bauteilquerschnitte.

Bei der **Formoptimierung** (z. B. [20, 79, 82]) hingegen ist die Topologie des Tragwerks bereits bekannt und es wird nur die Form, also die äußeren Begrenzungen der jeweiligen Bauteile, verändert, um ein optimales Tragwerk zu erlangen. Eine typische Anwendung ist die Minimierung des Eigengewichts unter Einhaltung von Verformungs- bzw. Spannungsrestriktionen.

Die **Querschnittsoptimierung** (z. B. [98, 149]) stellt einen Spezialfall der Formoptimierung dar, da eine Unterscheidung vom gewählten mechanischen Modell abhängt [21]. Wie bei der Formoptimierung ist auch hier bereits der topologische Aufbau des Tragwerks bekannt, als Optimierungsvariablen werden jedoch die Querschnittswerte, wie z. B. Dicke, Höhe und/oder Trägheitsmoment, variiert.

Eine weitere Teildisziplin der Strukturoptimierung ist die Materialoptimierung, bei der die mikroskopische Struktur eines Materials zur Ermittlung der makroskopischen Eigenschaften verändert wird, wie z. B. die Einstellung der Faserorientierung bei Faserbeton. Die Materialoptimierung ist jedoch unabhängig von Topologie-, Form- und Querschnittsoptimierung.

Die grundsätzlichen Anwendungsbereiche im Rahmen dieser Arbeit sind dabei die Formoptimierung und die Dimensionierung. Aspekte der Topologieoptimierung hinsichtlich einer Generierung von Initialentwürfen werden im Rahmen dieser Arbeit durch ingenieurtechnisch sinnvolle Adaptionen bekannter Tragmechanismen und die Anordnung von lokalen Verstärkungsmaßnahmen als konzeptionelle Entwürfe abgedeckt. So bleibt der Anspruch an ein ganzheitliches Optimierungsziel bewahrt.

4.2 Mathematische Formulierung des Optimierungsproblems

Die allgemeine Formulierung eines Optimierungsproblems ist durch drei wesentliche Komponenten geprägt [17]. Die Minimierung einer Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ unter gegebenen Gleichheits- $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ bzw. Ungleichheitsrestriktionen $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ in Abhängigkeit von den veränderlichen Entwurfsvariablen \mathbf{x} . Handelt es sich um ein Maximierungsproblem, so wird durch Faktorisieren der Zielfunktion mit -1 das Optimierungsproblem in ein Minimierungsproblem überführt. Das allgemeine Optimierungsproblem lässt sich grundsätzlich wie folgt zusammenfassen:

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \quad (4.1)$$

unter Einhaltung der Restriktionen

$$h_j(\mathbf{x}) = 0; \quad j = 1, \dots, m_h \quad (4.2)$$

$$g_k(\mathbf{x}) \leq 0; \quad k = 1, \dots, m_g \quad (4.3)$$

Hierbei sind m_h und m_g die Anzahl der Gleichheits- bzw. Ungleichheitsrestriktionen, wobei Gleichheitsrestriktionen eher die Ausnahme bilden. Mithilfe der Restriktionen wird der Lösungsraum in einen zulässigen und unzulässigen Bereich aufgeteilt.

Die Entwurfsvariablen werden zusätzlich durch die oberen und unteren Grenzen \mathbf{x}_U und \mathbf{x}_L beschränkt. Streng genommen sind diese auch als Ungleichheitsrestriktionen einzuordnen, aufgrund ihrer Simplität werden sie jedoch separat betrachtet. Bei unbeschränkten Optimierungsaufgaben gelten sie als alleinige Restriktionen. Ein Vektor mit m_i Entwurfsvariablen entspricht somit:

$$\mathbf{x} = [x_1 \dots x_{m_i}]^T; \quad \text{mit: } \mathbf{x}_L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_U \quad (4.4)$$

Besteht zwischen der Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ sowie den Restriktionen $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ und $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ eine lineare Abhängigkeit zu den Entwurfsvariablen \mathbf{x} , so handelt es sich um ein lineares Optimierungsproblem. Liegt jedoch bereits zwischen den Entwurfsvariablen und der Zielfunktion eine nichtlineare Abhängigkeit vor, handelt es sich um ein nichtlineares Optimierungsproblem. In der Regel sind Optimierungsprobleme – nicht nur in der Strukturmechanik – nichtlinear. Dies gilt sowohl für die Zielfunktion als auch für die Restriktionen.

Mehrkriterienoptimierung

Besteht das Optimierungsproblem aus mehreren Zielfunktionen, erweitert sich die Problemstellung nach Gleichung 4.1 von einem skalarwertigen Funktionswert zu einem Vektor $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ mit m_f Zielfunktionen.

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{x}} \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ f_{m_f}(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Die Lösung von mehrkriteriellen bzw. mehrobjektiven Optimierungsaufgabenstellungen ist nicht trivial, da die Zielfunktionen meist gegenläufige, sich widersprechende Ziele verfolgen [17], z. B. ein Tragwerk mit minimalem Gewicht bei gleichzeitig maximaler Steifigkeit. Die Forderung an den Lösungsraum, dass es einen Zielfunktionsvektor $\mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$ gibt, dessen Lösungsvektor \mathbf{x}^* jegliche anderen Lösungsvektoren dominiert, ist jedoch zu restriktiv in seiner Anforderung an den zulässigen Lösungsraum (Abbildung 4.2, a)). Sinnvoller ist die Definition eines Pareto-Optimums, welches eine Schar optimaler Kompromisse darstellt. Die Pareto-optimale Schar oder Pareto-Front ist dadurch gekennzeichnet, dass eine Verbesserung der einen Zielfunktion zwingend eine Verschlechterung der anderen Zielfunktion bedingt (Abbildung 4.2, b)). Um das vektorielle Optimierungsproblem wieder auf eine skalare Ebene nach Gleichung 4.1 zu transferieren, empfiehlt es sich, eine Ersatzzielfunktion \tilde{f} zu definieren. Diese bildet die gewichtete Summe der einzelnen Zielfunktionen f_j mithilfe der vorzugebenden Wichtungsfaktoren w_j (Abbildung 4.2, c)).

$$\tilde{f}(\mathbf{x}) = w_1 f_1(\mathbf{x}) + w_2 f_2(\mathbf{x}) + \dots + w_{m_f} f_{m_f}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m_f} w_j f_j \quad \text{mit: } w_j > 0 \quad (4.6)$$

Hierbei ist die Wahl der Wichtungsfaktoren essentiell, um eine interpretier- und nutzbare Lösung zu erhalten.

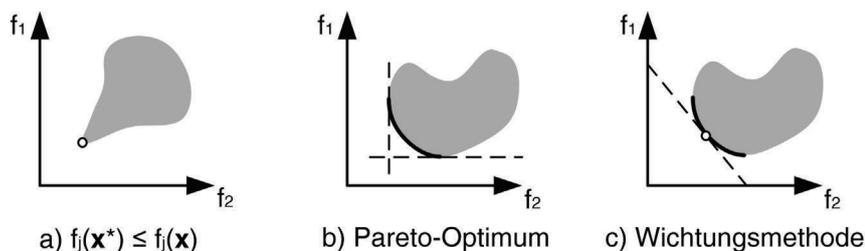


Abb. 4.2: Mehrkriterienoptimierung nach [102]

In vielen Fällen ist es zielführender, das multikriterielle Optimierungsproblem auf eine wesentliche Zielfunktion zu beschränken und die Übrigen als Restriktionen anzusetzen. Hierbei liegt die Hauptaufgabe in der Identifikation der primären Problemstellung und in der Wahl der restriktiven Beschränkungen der Ersatzrestriktionen. Bei Variation der Restriktionsbeschränkungen lassen sich explizite Optima auf der Pareto-Front bestimmen. Weitere Methoden zur Bestimmungen einer Präferenzfunktion $\tilde{f}(\mathbf{x})$ sind z. B. in [72, 141] gegeben.

Notwendige und hinreichende Bedingungen für Minima

Bei restriktionsfreien Optimierungsproblemen lässt sich mittels Extremwertanalyse sowohl die notwendige als auch die hinreichende Bedingung für die Existenz eines (lokalen) Minimums an einem bestimmten Ort \mathbf{x}_{opt} bestimmen. Für den eindimensionalen Fall muss die erste Ableitung gleich null sein (notwendige Bedingung). Ist zudem die zweite Ableitung positiv, so herrscht zumindest ein lokales Minimum vor und ist somit hinreichend für die Existenz eines Minimums. Für den mehrdimensionalen Fall entspricht die notwendig Bedingung der Forderung, dass der Gradient der Zielfunktion $\nabla f(\mathbf{x})$ (Gleichung C.1) am Ort \mathbf{x}_{opt} dem Nullvektor entspricht.

$$\nabla f(\mathbf{x}_{opt}) = \mathbf{0} \tag{4.7}$$

Die hinreichende Bedingung, dass es sich um ein globales Minimum handelt, ist erfüllt, wenn die Hesse-Matrix $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ (Gleichung C.2) an der Stelle $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{opt}$ positiv definit ist, also strikt konvex. Dazu müssen alle Eigenwerte der Matrix positiv sein. Grundsätzlich sind Optimierungsprobleme nicht konvex, sodass neben globalen Minima in der Regel immer auch lokale Minima im zulässigen Bereich auftreten. Eine im iterativen Prozess der Optimierung gefundene optimale Lösung kann daher auch immer nur ein lokales Minimum sein [72].

Für die Lösung von restriktiven Problemstellungen bietet sich die LAGRANGE-Funktion an, da sie die Zielfunktion (Gleichung 4.1) und die Restriktionen (Gleichungen 4.2 und 4.3) in einer Funktion zusammenfasst. Sie ist auch Basis verschiedener Lösungsalgorithmen (z. B. [134]). Ursprünglich ist die LAGRANGE-Funktion nur für die Einbindung von Gleichheitsrestriktionen h_j entwickelt worden. Mit Einführung von Schlupfvariablen c_k konnten auch Ungleichheitsrestriktionen g_k , welche dadurch in Gleichheitsrestriktionen transformiert wurden, berücksichtigt werden. Das beschränkte Optimierungsproblem wird so in

ein quasi-unbeschränktes übertragen.

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{c}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{m_g} \lambda_k \left(g_k(\mathbf{x}) + c_k^2 \right) + \sum_{j=1}^{m_h} \gamma_j h_j(\mathbf{x}) \quad (4.8)$$

Hierbei sind die Faktoren λ_k und γ_j die sogenannten LAGRANGE-Multiplikatoren bzw. dualen Variablen. Unter der Bedingung, dass $\lambda_k \geq 0$ ist, können die Schlupfvariablen \mathbf{c} eliminiert werden [72]. Dadurch ist die LAGRANGE-Funktion nur noch von den primalen und dualen Variablen abhängig und vereinfacht sich basierend auf Gleichung 4.8 zu:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\gamma}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{m_g} \lambda_k g_k(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{m_h} \gamma_j h_j(\mathbf{x}) \quad (4.9)$$

Die KUHN-TUCKER-Bedingungen, welche die notwendigen Bedingungen für ein Minimum an der Stelle \mathbf{x}^* sind, ergeben sich zu:

$$\frac{\partial L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\gamma}^*)}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^{m_g} \lambda_k \frac{\partial g_k}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^{m_h} \gamma_j \frac{\partial h_j}{\partial x_i} = 0 \quad (4.10)$$

$$h_j(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (4.11)$$

$$g_k(\mathbf{x}^*) \leq 0 \quad (4.12)$$

$$\lambda_k g_k(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (4.13)$$

Zudem stellen die KUHN-TUCKER-Bedingungen sicher, dass es sich bei dem stationären Wert der LAGRANGE-Funktion $L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\gamma}^*)$ um einen Sattelpunkt im Raum R^n handelt.

$$L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\gamma}) \leq L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\gamma}^*) \leq L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\gamma}^*) \quad (4.14)$$

Abbildung 4.3 verdeutlicht dies an einer Problemstellung mit ausschließlich Gleichheitsrestriktion. Die hinreichende Bedingung dafür, dass an der stationären Stelle auch ein – zumindest lokales – Minimum vorliegt, ist dann erfüllt, wenn der betrachtete Abschnitt konvex bezüglich der primalen Variablen ist. Dies bedeutet, dass die Hesse-Matrix im Sattelpunkt der LAGRANGE-Funktion positiv definit sein muss. Es gilt die Voraussetzung, dass die Funktionen $f(\mathbf{x})$, $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ und $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ mindestens C^2 -stetig sind.

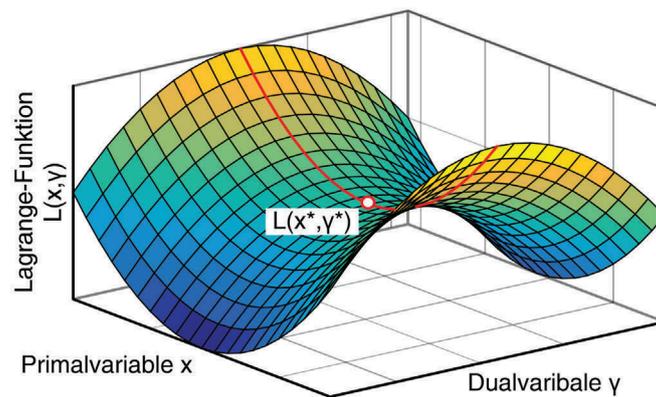


Abb. 4.3: Exemplarischer Sattelpunkt x^*, γ^* einer LAGRANGE-Funktion

4.3 Optimierungsverfahren

Zur Lösung von Optimierungsproblemen stehen verschiedene Verfahren bzw. Algorithmen zur Verfügung, welche in unterschiedliche Kategorien hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit unterteilt werden können. Diese sind gradientenbasierte Verfahren erster oder zweiter Ordnung sowie gradientenfreie Verfahren. Die Wahl eines geeigneten Verfahrens hängt dabei von der Formulierung des Optimierungsproblems ab, also ob es sich um eine lineares bzw. nichtlineares oder beschränktes bzw. unbeschränktes Problem handelt. Strukturmechanischen Problemstellungen sind in der Regel nichtlineare, beschränkte Probleme. Daher werden im Rahmen dieser Arbeit nur einige, wenige Optimierungsalgorithmen, welche zur Lösung der strukturmechanischen Problemstellungen angewandt werden, vorgestellt. Eine vollständige Auflistung ist aufgrund der großen Anzahl existierender Algorithmen nicht hilfreich, sodass der wesentliche Fokus auf eine kritische Darstellung und Beurteilung der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Verfahren liegt. Eine allgemeine Übersicht verschiedener Optimierungsalgorithmen ist z. B. in [10, 20] zu finden.

4.3.1 Allgemeine Lösungsstrategie

Optimierungsalgorithmen haben grundsätzlich einen iterativen Charakter, da die zu lösende Problemstellung nicht geschlossen analytisch beschrieben und ausgewertet werden kann. Daher besitzen die meisten Optimierungsalgorithmen den prinzipiell gleichen Aufbau, um sich dem Optimum durch die Suchrichtungsmethode anzunähern [10, 141]:

1. Festlegen eines Startentwurfs x^k ; $k=0$

2. Ermittlung eines Änderungsvektors $\Delta \mathbf{x}^k$ (im Sinne der Optimierung)
3. Entwurfsänderung $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \Delta \mathbf{x}^k$
4. Überprüfung von Abbruchkriterien, wenn nicht erfüllt: $k = k + 1$ und gehe zu 2.
5. Optimaler Entwurf $\mathbf{x}_{opt} = \mathbf{x}^{k+1}$

Der Startentwurf \mathbf{x}^0 sollte so gewählt werden, dass ein globales und kein lokales Optimum gefunden wird. Dies ist jedoch, wie bereits beschrieben, nicht immer – außer bei konvexen Zielfunktionen sowie Restriktionen – auszuschließen. Der Änderungsvektor $\Delta \mathbf{x}^k$ setzt sich aus der Suchrichtung \mathbf{s}^k und der Schrittweite α^k zusammen. Beide sind vom gewählten Algorithmus abhängig.

$$\Delta \mathbf{x}^k = \alpha^k \mathbf{s}^k \quad (4.15)$$

Die Suchrichtung \mathbf{s}^k ist dabei so auszulegen, dass die Zielfunktion an der Stelle \mathbf{x}^{k+1} eine Verbesserung erfährt, d. h. einen geringeren Wert annimmt. Die Länge der Suchrichtung wird durch das Skalar α^k , welches Werte im Bereich $[0, 1]$ annehmen kann, bestimmt. Mithilfe des Änderungsvektor werden so mehrdimensionale Optimierungsprobleme auf eindimensionale Probleme überführt. Die Ermittlung des Änderungsvektors $\Delta \mathbf{x}^{k+1}$ hängt dabei vom verwendeten Algorithmus ab. Die Algorithmen können dabei grundsätzlich in ableitungsfreie Suchverfahren, wie z. B. evolutionäre Algorithmen [127], Gradientenverfahren erster Ordnung, wie z. B. die Methode des steilsten Abstiegs [39], und Gradientenverfahren zweiter Ordnung, wie z. B. die (Quasi-)Newton-Methode [143], unterschieden werden. Streng genommen ist die Quasi-Newton-Methode lediglich eine Verfahren erster Ordnung, da nur eine approximierete Hesse-Matrix genutzt wird.

Neben der Überprüfung des zulässigen Bereichs werden abschließend definierte Abbruchkriterien überprüft, welche die Konvergenz des iterativen Optimierungsprozesses sicherstellen. Diese sind z. B. die Änderung des Gradienten der Zielfunktion

$$\left| \Delta f(\mathbf{x}^{k+1}) - \Delta f(\mathbf{x}^k) \right| \leq \epsilon_{grad} \quad (4.16)$$

oder die relative Änderung der Zielfunktion

$$\frac{|f(\mathbf{x}^{k+1}) - f(\mathbf{x}^k)|}{|f(\mathbf{x}^{k+1})|} \leq \epsilon_{rel} \quad (4.17)$$

mit einer relativen Grenzen von $\epsilon_{rel} \approx 10^{-3}$ [141] im Iterationsschritt $k + 1$.

4.3.2 Optimierungsalgorithmen

Die Wahl eines Optimierungsalgorithmus hängt von verschiedenen Faktoren, wie Robustheit, Konvergenzgeschwindigkeit und Rechenaufwand, ab [69]. Dabei sind die gradientfreien Suchverfahren, die auch als stochastische Verfahren bezeichnet werden, global wirkende Verfahren. Sie erhöhen für den gesamten Entwurfsraum mit jedem Iterationsschritt die Wahrscheinlichkeit, sich einem globalen Minimum anzunähern. Da diese Verfahren keine zusätzlichen Informationen benötigen, sind sie robust und wenig rechenintensiv, zeugen jedoch von einer geringen Konvergenzgeschwindigkeit. Im Gegensatz dazu steigt bei gradientenbasierte Verfahren, auch deterministische Verfahren genannt, der Rechenaufwand mit der Ordnung ungefähr quadratisch an. Gleichzeitig steigt jedoch auch die Konvergenzgeschwindigkeit, da die Verfahren aufgrund der zusätzlichen Informationen der Gradienten zielgerichteter suchen können. Nachteilig erweist sich die geringe Robustheit und das erhöhte Risiko lokale Minima als „optimale Lösung“ zu identifizieren. Abbildung 4.4 stellt für die verschiedenen Optimierungsverfahren den jeweiligen Aufwand der Konvergenz gegenüber.

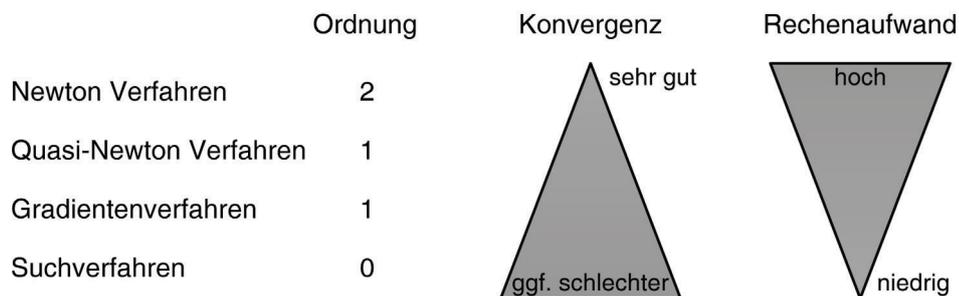


Abb. 4.4: Aufwand der Optimierungsverfahren nach [82]

Die innerhalb dieser Arbeit durchgeführten Optimierungen wurden mit der kommerziellen Optimierungssoftware OPTISLANG [26] (Version 4.1.1) durchgeführt. Die verwendeten Optimierungsalgorithmen sind nachfolgend zusammengestellt.

NLPQL

Der sequentielle Optimierungsalgorithmus NLPQL [135] wurde für beschränkte, nicht-lineare Programmierung (NLP) entwickelt und basiert auf dem *sequential quadratic programming*-Algorithmus (SQP) [70, 122, 134], welcher zu den gradientenbasierten Methoden gehört. Das Optimierungsproblem wird lokal mithilfe von Taylorreihen (Gleichung C.3) approximiert. Die Methode ist geeignet für Problemstellungen, die nicht zu groß sind und aus stetig differenzierbaren Funktionen bestehen [136].

Das beschränkte, nichtlineare Optimierungsproblem wird mithilfe der LAGRANGE-Funktion nach Gleichung 4.9 beschrieben, wobei Gleichheits- und Ungleichheitsrestriktionen im Vektor \mathbf{g} zusammengefasst werden. Auf diese Art ist nur ein Vektor $\boldsymbol{\lambda}$ der LAGRANGE-Multiplikatoren nötig.

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{m'} \lambda_j g_j(\mathbf{x}) \quad (4.18)$$

$$\text{mit:} \quad g_j(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{für } j = 1, \dots, m_h \quad (4.19)$$

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \text{für } j = 1 + m_h, \dots, m \quad (4.20)$$

Die Größe des Vektors entspricht $m' = m + 2 \cdot n$, wobei m die Summe der Ungleichheits- und Gleichheitsrestriktionen ist. Die Anzahl n entspricht der Größe des Variablenvektors \mathbf{x} , der obere und untere Schranken (x_U und x_L) begrenzt. Diese Beschränkungen sind zusätzlich in den Restriktionsvektor \mathbf{g} integriert.

$$g_j(\mathbf{x}) = x_{j-m} - x_{L,j-m} \quad \text{für } j = m + 1, \dots, m + n \quad (4.21)$$

$$g_j(\mathbf{x}) = x_{U,j-(m+n)} - x_{j-(m+n)} \quad \text{für } j = 1 + m + n, \dots, m' \quad (4.22)$$

In einem sequenziellen Prozess wird mithilfe der Taylorreihenentwicklung die LAGRANGE-Funktion quadratisch und die Restriktionen linear approximiert. Daraus resultiert im k -ten Iterationsschritt das Teilproblem in der Form:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{d}} \quad & \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{B}^k \mathbf{d} + \nabla f(\mathbf{x}^k) \mathbf{d}^T \\ \nabla g_j(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} + g_j(\mathbf{x}^k) &= 0 \quad \text{für } j = 1, \dots, m_h \\ \nabla g_j(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} + g_j(\mathbf{x}^k) &\leq 0 \quad \text{für } j = 1 + m_h, \dots, m \\ \mathbf{x}_L - \mathbf{x}^k &\leq \mathbf{d} \leq \mathbf{x}_U - \mathbf{x}^k \end{aligned} \quad (4.23)$$

Hierbei entspricht \mathbf{B}^k der approximierten Hesse-Matrix (vgl. *Quasi-Newton-Verfahren* [143]) der LAGRANGE-Funktion. Ist \mathbf{d}^k eine Lösung der Gleichung 4.23, so kann das Optimierungsproblem als iterative Liniensuche nach Abschnitt 4.3.1 definiert werden. Dann stellt der Vektor \mathbf{d}^k die Suchrichtung für den Optimierungsschritt $k + 1$ dar.

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha^k \mathbf{d}^k \quad (4.24)$$

Für die Bestimmung des Skalierungsfaktors α^k und eine ausführliche Beschreibung des NLPQL-Algorithmus sei an dieser Stelle auf ergänzende Fachliteratur verwiesen (z. B. [134–136, 148]).

Adaptive Response Surface Method

Antwortflächenverfahren (*response surface method* - RSM [29, 115]) sind weit verbreitet, um komplexe Problemstellungen mit vereinfachten Ersatzmodellen zu approximieren. Dabei sollte der Approximationsansatz jedoch hinreichend genau sein, damit Lösungen, die auf dem Ersatz- oder Metamodell gefunden werden, sich auch auf das explizite Modell übertragen lassen. Grundsätzlich haben dabei drei Faktoren wesentlichen Einfluss auf die Güte der Antwortfläche:

- die Anzahl und die Anordnung der Stützstellen,
- die Approximationsfunktion und
- der Entwurfsraum.

In der Strukturmechanik werden Antwortflächen meist auf der Grundlage von diskreten Systemantworten y numerischer Simulationen erzeugt, die als Stützstellen der Approximationsfunktion \hat{y} – in der Regel ganzrationale Funktionen [115] – dienen. Dadurch lässt sich das strukturmechanische Modell an der Stelle i in der Form

$$y_i = \hat{y}_i + r_i \quad (4.25)$$

beschreiben. Dabei ist r_i das Residuum zwischen exaktem und approximiertem Modell. Mithilfe der *Methode der kleinsten Quadrate* werden die aufsummierten, quadrierten Residuen S an p Stützstellen minimiert.

$$S = \sum_{i=1}^p r_i^2 \rightarrow \min \quad (4.26)$$

Die Anzahl und auch die Anordnung der Stützstellen sind abhängig vom sogenannten *Design of Experiments (DoE)*, welches sich in stochastische und systematische Versuchspläne unterscheidet. Ziel ist es, mit einer möglichst geringen Anzahl an Stützstellen eine bestmögliche Approximation des Ursprungsmodells zu erreichen.

Eine Übersicht der wesentlichen deterministischen Versuchspläne sind in Abbildung 4.5 gegeben. Diese haben meist eine regelmäßige Anordnung der Stützpunkte. Der Aufwand, den Variablenraum mit ausreichend Stützpunkten wiederzugeben, steigt dabei annähernd

quadratisch mit der Dimension des Variablenraums. Der vollfaktorielle Versuchsplan ist hierbei der aufwendigste und kann bereits bei wenigen Variablen sehr rechenintensiv sein. Ein linearer Ansatz hingegen könnte den Variablenraum nicht hinreichend genau abdecken. Daher bieten sich teilfaktorielle Versuchspläne wie das *central composite Design* an, um mit reduzierter Stützstellenzahl gute Approximationsergebnisse zu erzielen. Eine weitere Reduktion wird mithilfe des D-optimalen Versuchsplans [24] erreicht, welches sich insbesondere für die lineare und quadratische Approximation anbietet [115].

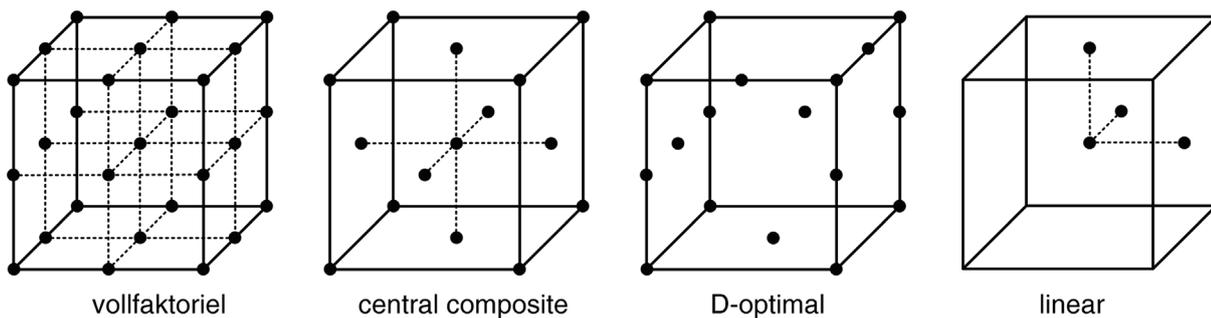


Abb. 4.5: Deterministische Versuchspläne

Stochastische Versuchspläne basieren prinzipiell auf dem Zufallsprinzip. Eine gebräuchliche Methode zur Erzeugen von Zufallszahlen einer bestimmten Verteilung ist die Monte-Carlo Simulation (MCS) [5]. Grundsätzlich werden mittels Zufallsgeneratoren gleichverteilte Zufallszahlen im Wertebereich zwischen 0 und 1 generiert, welche anschließend durch inverse Verteilungsfunktionen einer beliebigen Verteilung unterworfen werden. Nachteilig bei diesem Verfahren ist, dass große Designräume nur durch viele Simulationen hinreichend genau beschrieben werden können [158]. Aufgrund des willkürlichen Zufallsgenerators bleiben zum Teil lokale Gebiete des Designraums unberücksichtigt. Daher bietet sich das *Latin-Hypercube Sampling* [104] als eine Erweiterung der Monte-Carlo Methode an. Beim *Latin-Hypercube Sampling* wird das Zufallsprinzip reguliert, indem die gleichverteilten Zufallszahlen über gleichgroße Intervalle erzeugt werden. Jedes Intervall wird dabei in zufälliger Reihenfolge nur einmal abgerufen. Im Anschluss wird auch hier durch inverse Transformation eine Zufallszahl mit gewünschter Verteilung generiert. Abbildung 4.6 zeigt exemplarisch das *Latin-Hypercube Sampling* für Werte im 2-dimensionalen Raum mit sowohl gleichverteilten als auch normalverteilten Zufallswerten. Für eine globale Abdeckung des Designraums ist das *Latin-Hypercube Sampling* der Monte-Carlo Simulation vorzuziehen.

Aufgrund des quadratisch ansteigenden Aufwands ist bei großen Variablenräumen die

stochastische Methode mittels *Latin-Hypercube Sampling* im Vergleich mit deterministischen Verfahren zu priorisieren, wie beispielsweise bei einer Sensitivitätsanalyse.

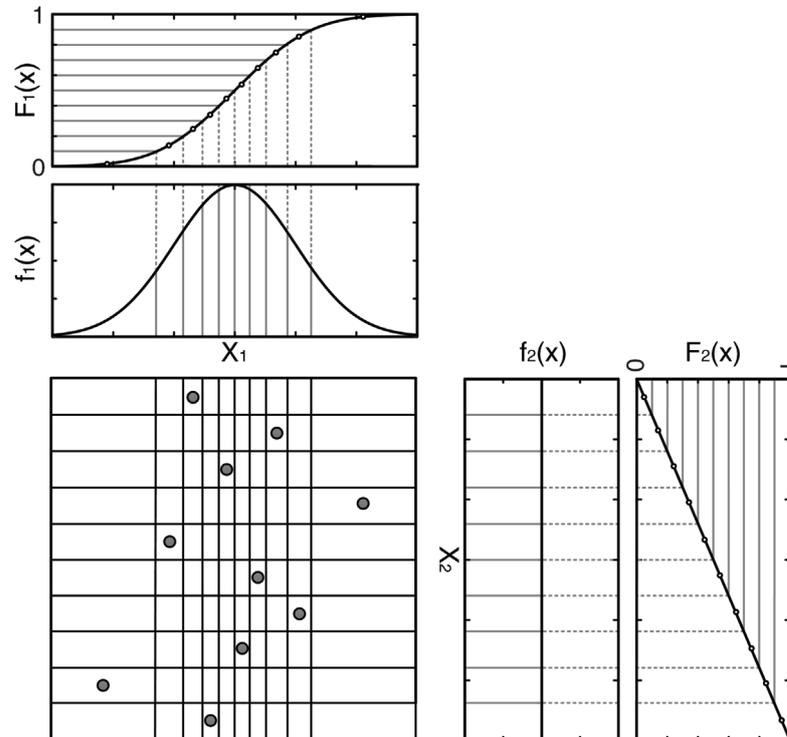


Abb. 4.6: Latin-Hypercube Sampling für normal- und gleichverteilte Zufallsvariablen

Das Optimierungsverfahren ist ein sequenziell adaptives Antwortflächenverfahren (*adaptive response surface method - ARSM*, z. B. [56]), das einen lokalen Bereich des globalen Entwurfsraums mit linearen oder quadratischen Polynomansätzen approximiert. Auf dieser lokalen, approximierten Ebene wird mithilfe des gradientenbasierten NLPQL Algorithmus das Optimum ermittelt. Dieses gilt im nächsten Iterationsschritt als Mittelpunkt für die nächste lokale Approximation, wobei sukzessiv die Grenzen dieser lokalen Teilbereiche verringert werden. Die Anordnung der Stützstellen erfolgt durch das D-optimale Design, welches sich im Hinblick auf die erforderliche Anzahl an Stützstellen für Polynomapproximationen ersten und zweiten Grades als sehr effizient herausgestellt hat [1, 89]. Somit können auch global komplexe Funktionen durch lokale Antwortflächen geringer Ordnung adaptiv mit hinreichender Genauigkeit wiedergeben werden. Eine Überprüfung des approximierten Optimums durch eine diskrete Nachrechnung des numerischen Modells dient der Absicherung gegen potentielle Fehler.

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit für Antwortflächen ist die Sensitivitätsanalyse,

welche im Programmsystem OPTISLANG als sogenanntes *Metamodell Optimaler Prognose (MOP)* [107] implementiert ist und im Folgenden genauer beschrieben wird.

4.4 Varianzbasierte Sensitivitätsanalyse mittels MOP

Mithilfe einer Sensitivitätsanalyse wird ein Zusammenhang zwischen der Variation von Modelleingangsgrößen (die Optimierungsvariablen) und den Modellausgangsgrößen (Ziel- bzw. Restriktionsgrößen) hergestellt [131]. Beim *Metamodell Optimaler Prognose* [107, 109] werden im Entwurfsraum, welcher durch die Schranken der Optimierungsvariablen begrenzt ist, anhand von Approximationsfunktionen die Systemantworten möglichst effizient beschrieben. Im Gegensatz zum adaptiven Antwortflächenverfahren wird jedoch der globale Entwurfsraum approximiert, sodass neben den polynomischen Ersatzfunktionen erster und zweiter Ordnung auch andere Approximationsansätze nötig werden können. Eine Bewertung hinsichtlich der Prognosefähigkeit ist unumgänglich, damit die Ergebnisse auf der Ebene des Metamodells auch auf die diskrete Berechnungsebene übertragen werden können und qualitativ vergleichbar sind.

Im definierten Entwurfsraum werden mittels *Latin-Hypercube Sampling* Stützstellen für die Ersatzmodelle der Antwortflächen erzeugt. Die Vorteile des *Latin-Hypercube Samplings* gegenüber anderen, wie z. B. deterministischen Versuchsplänen, wurden bereits in Kapitel 4.3.2 beschrieben. Es ist empfehlenswert für einfache, nahezu lineare Probleme eine Stichprobenanzahl N zu wählen, die der doppelten Anzahl an Variablen n_i und Systemantworten n_o entspricht [37], mindestens jedoch 10 [158].

$$N = 2 \cdot (n_i + n_o) \geq 10 \quad (4.27)$$

Bei einem *Sampling* mittels der Monte-Carlo Methode würde sich die benötigte Stützstellenanzahl quadratisch erhöhen ($N = (n_i + n_o)^2$) [128].

Darüber hinaus stehen weitere (stochastische) Samplingverfahren zur Verfügung, die meist eine Erweiterung des *Latin-Hypercube Samplings* darstellen, aber im Rahmen dieser Arbeit keine Berücksichtigung finden. Das verwendete Verfahren wird als hinreichend effizient angesehen.

Die Approximation der Antwortflächen erfolgt mit linearen oder quadratischen polynomischen Ansatzfunktionen oder bei komplexeren Problemstellungen mithilfe einer gewichtete *Moving Least Squares (MLS)* Approximation [106].

Die *Moving Least Square* Approximation ist eine Erweiterung der polynomischen Approximation, welche um einen veränderlichen (*moving*) Vektor ergänzt wird, um lokal die Approximationsqualität zu erhöhen. Dieser beinhaltet eine Wichtungsfunktion, welche meist exponentieller Art ist und den Abstand zwischen den Stützstellen mithilfe eines Faktors D , welcher den Einflussradius des lokal betrachteten Bereichs definiert, wichtet. Das heißt, je größer der Einflussradius D , desto glatter ist die Approximationsfunktion, während bei kleinen Einflussradien die Approximation lokal zwischen den Stützstellen oszilliert. Mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate wird die Approximationsfunktion den Stützstellen angenähert. Für eine ausführliche Darstellung der *MLS* wird auf ergänzende Fachliteratur (z. B. [106, 107]) verwiesen.

Korrelationskoeffizient

Für die varianzbasierte Sensitivitätsanalyse werden die Varianzen der Designwerte (Eingangsgroßen) denen der Systemantworten (Ausgangsgroßen) zugeordnet. Dies geschieht meist anhand des Korrelationskoeffizienten ρ_{ij} , der sich aus der Kovarianz $COV(X_i, X_j)$ und den Standardabweichungen σ_X und σ_Y zweier Stichproben bzw. *Samplings* X_i und X_j ergibt (vgl. Gleichung 3.64).

$$\rho_{ij} = \frac{COV(X_i, X_j)}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=1}^N (x_i^k - \mu_{X_i})(x_j^k - \mu_{X_j})}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} \quad (4.28)$$

Die Korrelationskoeffizienten beschreiben den linearen Zusammenhang zwischen zwei beliebigen Stichproben und liegen im Wertebereich zwischen -1 und 1 . Für $|\rho_{ij}| = 1$ besteht ein vollkommener positiver bzw. negativer, linearer Zusammenhang, bei $\rho = 0$ besteht kein linearer Zusammenhang. Bildet man nun die Korrelationskoeffizienten für die erzeugten *Samplings* der Optimierungsvariablen und den Systemantworten für jegliche Paarungen, können diese als lineare Korrelationsmatrix \mathbf{C}_{xx} zusammengefasst werden.

$$\mathbf{C}_{xx} = \begin{pmatrix} \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & \rho_{nn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Dabei ist n die Summe der Eingangs- und Ausgangsgroßen. Die Matrix ist symmetrisch entlang der vollkorrelierten Diagonalen ρ_{ii} bzw. ρ_{jj} . Es können sowohl die linearen Zusammenhänge der Optimierungsvariablen, welche außer für den Fall $i = j$ gegen 0 laufen sollen, überprüft als auch deren Einfluss auf die Systemantworten in erster Annäherung

abgeschätzt werden. Ferner können die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Systemantworten untereinander bewertet werden.

Coefficient of Determination (CoD)

Zur Beurteilung der Güte eines polynombasierten Approximationsmodells wird häufig das Bestimmtheitsmaß R^2 – auch *Coefficient of Determination (CoD)* – verwendet, was eine Aussage über die durch das Ersatzmodell erklärbaren Varianzen zwischen Optimierungsvariablen und Systemantworten gibt.

$$R^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (\hat{y}_j - \mu_y)^2}{\sum_{j=1}^N (y_j - \mu_y)^2} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2}{\sum_{j=1}^N (y_j - \mu_y)^2}, \quad 0 \leq R^2 \leq 1 \quad (4.30)$$

Mit ansteigendem Polynomgrad der Approximationsfunktion überschätzt das Bestimmtheitsmaß jedoch die Qualität der Approximationsfunktion, da zwar an den Stützstellen sehr gute Übereinstimmungen entstehen, was aber noch keine grundsätzliche Aussage über die gesamte Güte der Approximation hergibt. Daher wurde ein angepasstes Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2 hergeleitet, welches zusätzlich die Anzahl der Polynomterme p berücksichtigt [115]. Dieses Bestimmtheitsmaß ist dem nicht angepassten vorzuziehen.

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{N-1}{N-p} (1 - R^2) \quad (4.31)$$

Nachteilig sowohl beim einfachen als auch angepassten Bestimmtheitsmaß ist, dass beide zwar eine Aussage über die Güte des Ersatzmodells liefern, jedoch nicht über die Prognosefähigkeit. Außerdem sind sie lediglich für Polynome anwendbar und die Qualität der Approximation wird bei geringer Anzahl von Stützstellen überbewertet [109].

Coefficient of Importance (CoI)

Ein weiteres Gütekriterium, welches auf dem Bestimmtheitsmaß basiert, ist der sogenannte *Coefficient of Importance (CoI)*. Er beschreibt den Einfluss einer einzelnen Eingangsgröße auf die Variation der Systemantwort. Dazu werden die Ersatzmodelle, welche ohne die jeweilige Eingangsgröße X_i erstellt wurden, dem Ersatzmodell ohne Variablenreduktion gegenübergestellt. Dies erfolgt als Subtraktion des Bestimmtheitsmaßes eines variablenreduzierten Approximationsmodells von dem des vollständigen Approximationsmodells [107].

$$CoI = R^2 - R_{x \sim i}^2 \quad (4.32)$$

Bei Variablen X_i , die kaum Einfluss auf das Gesamtmodell haben, nimmt der CoI Werte um 0 an.

Coefficient of Prognosis (CoP)

Für eine Bewertung unabhängig vom Funktionsansatz des Metamodells wurde der Koeffizient der Prognosefähigkeit (*Coefficient of Prognosis (CoP)*) entwickelt [107, 108], der im Gegensatz zum Bestimmtheitsmaß R^2 auch für komplexere Antwortflächen Gültigkeit besitzt. Er berechnet sich wie folgt:

$$CoP = 1 - \frac{SS_E^{Test}}{SS_T} \quad (4.33)$$

Hierbei entspricht SS_T der Variation der Systemantworten und SS_E^{Test} der Variation des Approximationsfehlers. Der CoP wird mittels Kreuzvalidierung ermittelt. Dazu wird aus der gesamten Stichprobe eine bestimmte Anzahl ($q \approx 5 - 10$) an reduzierten Samplings erzeugt. Anschließend werden Approximationsmodelle generiert, welche ohne die Stützstellen der q reduzierten Samplings aufgebaut wurden. Somit können die Variationen zwischen den Test-Metamodellen und dem Gesamtmodell bestimmt werden. Dieser zusätzliche numerische Aufwand ist für Approximationen mittels Polynomfunktionen oder mithilfe der *Moving Least Squares* Methode vertretbar gering [54]. Analog zum CoI werden die Sensitivitäten innerhalb des MOP bestimmt, sodass auch für i Variablen die jeweiligen Prognosefähigkeiten CoP_i bestimmt werden.

Da im Rahmen dieser Arbeit das MOP als Werkzeug innerhalb des Optimierungsprogramms OPTISLANG zur Ermittlung von Sensitivitäten der numerischen Modelle und zur Voroptimierung auf funktionaler Ebene genutzt wird, sei an dieser Stelle für weitere Erläuterungen auf ergänzende Fachliteratur, z. B. [54, 107, 108, 158], verwiesen.

4.5 Sensitivitätsanalyse am Beispiel des Einfeldträgers

Zum besseren Verständnis wird die im Kapitel 4.4 beschriebene Sensitivitätsanalyse für das einfache Beispiel eines Einfeldträgers im 4-Punkt-Biegezugversuch exemplarisch angewandt und analytisch ermittelten Ergebnissen gegenübergestellt. Abbildung 4.7 zeigt

den Einfeldträger, welcher in den Drittelpunkten jeweils durch eine Einzellast $F = 15 \text{ kN}$ belastet wird. Die Stützweite l des Systems beträgt 6 m . Für die Berechnung wird ein linear-elastisches Materialverhalten mit einem Elastizitätsmodul von 47.600 N/mm^2 (vgl. Tabelle 3.5) angesetzt. Als Eingangsgrößen werden die Breite b und Höhe h des Rechteckquerschnitts als konstant über die Systemlänge gewählt. Systemantworten und somit potenzielle Zielfunktion oder Restriktionen sind

- das Volumen $V = l \cdot A = l \cdot (b \cdot h)$,
- die maximale Spannung $\sigma = \frac{M}{W} = \frac{2 \cdot F \cdot l}{b \cdot h^2}$ und
- die Durchbiegung in Feldmitte $w = \frac{3 \cdot F \cdot l^3}{76,8 \cdot EI} \left(1 - \frac{0,8}{3^2} - \frac{0,2}{3^4} \right) = \frac{23}{54} \frac{F \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3}$.

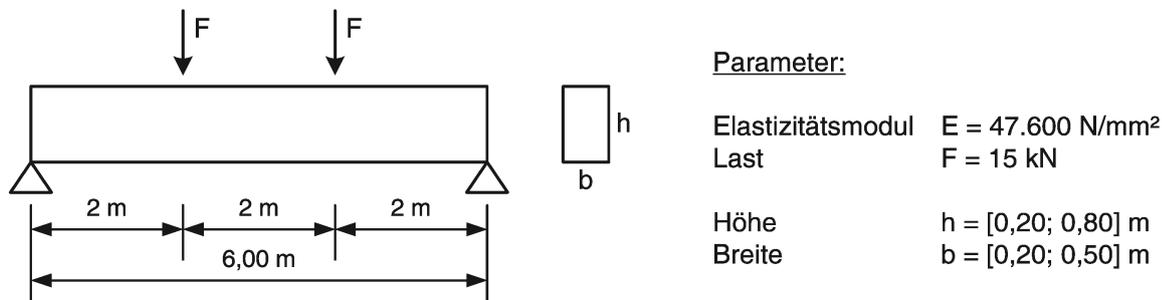


Abb. 4.7: System eines Einfeldträgers im 4-Punkt-Biegezugversuch

Das System wurde im Finite-Element Programmiersystem ANSYS als 2D-Modell generiert und validiert (vgl. Abbildung C.1). Das Optimierungsprogramm OPTISLANG fungiert als *Black-Box* und kann mit beliebigen Programmen verknüpft werden, um diese als *Solver* zu nutzen. Dabei werden in einer *Input-Datei* die Variablen ausgewählt und anschließend diesen ihre Grenzen zugewiesen. Für dieses Beispiel wird der Entwurfsraum durch die Querschnittsabmessungen

- $h = 0,20 - 0,80 \text{ m}$ und
- $b = 0,20 - 0,50 \text{ m}$

beschränkt. In die *Output-Datei*, die durch den Solveraufruf der *Input-Datei* erzeugt wird, werden die gewünschten Systemantworten geschrieben und anschließend den Variablen zugeordnet.

Mittels gleichverteiltem *Latin-Hypercube* Samplings wurden insgesamt 20 Stützstellen im Entwurfsraum generiert (Abbildung 4.8, links). Gemäß Gleichung 4.27 sind für 2 Input- und 3 Outputvariablen mindestens 10 Stützstellen anzusetzen. Mit dieser Minimalanzahl

konnte jedoch kein Metamodell erzeugt werden, was eine hinreichende Prognosefähigkeit garantiert. Insbesondere der Einfluss der Breite wurde zu sehr unterschätzt, was jedoch auch auf die engeren Grenzen zurückzuführen ist. Eine Plausibilitätsprüfung bleibt deswegen nicht aus, da komplexe Antwortflächen und/oder große Entwurfsräume eine erhöhte Anzahl an Stützstellen erfordern. Dennoch ist ein zu konservativer Ansatz der Stützstellenanzahl nicht zielführend, da die numerische Generierung den Großteil des Rechenaufwands darstellt (vgl. Abbildung C.2).

Anhand der resultierenden linearen Korrelationsmatrix in Abbildung 4.8 (rechts) können die Abhängigkeiten der Input- und Outputgrößen abgelesen werden. Diese ist in die vier Matrixsegmente (input-input, output-output sowie input-output und output-input) eingeteilt. Die beiden symmetrischen Teilmatrizen, welche die Eingangs- und Ausgangsgrößen untereinander vergleichen, sind auf der Diagonalen vollkorreliert ($\rho = 1$, rot). Zudem sind die übrigen Felder der input-input Matrix grün, was einem Korrelationskoeffizienten um 0 entspricht, wie es für einen globalen Versuchsplan verlangt wird. Eine Überprüfung durch den Anwender sollte stets erfolgen, um initiale Korrelationsfehler, welche die Qualität des Metamodells negativ beeinflussen, auszuschließen. Weiterhin kann in der output-output Teilmatrix unter anderem ein linearer Zusammenhang zwischen der Spannung und der Verformung identifiziert werden. In der output-input Teilmatrix, welche die transverse input-output Teilmatrix ist, kann in erster Linie eine negative lineare Abhängigkeit zwischen der Höhe und der Spannung sowie der Verformung festgestellt werden (blau: $\rho \approx -1$). Die Breite hat hier nur schwach negativen Einfluss, was einerseits darauf zurückzuführen ist, dass sie im Vergleich zur Höhe weit geringere potenzielle Auswirkung auf Spannungen und Verformungen hat, aber auch engere Schranken (0, 20 – 0, 50 m) im Vergleich zur Höhe (0, 20 – 0, 80 m) besitzt.

Mithilfe der Stützstellen wurden Metamodelle mit der jeweils besten Approximationsfunktion automatisch generiert. Diese sind in Abbildung 4.9 dargestellt. Dabei basieren die Approximationsfunktionen für die Spannung und das Volumen auf einem Polynomansatz, während für die Durchbiegung die *Moving Least Squares* Methode genutzt wurde.

Für diese Metamodelle wurde im Rahmen des *MOP*-Verfahrens die Prognosefähigkeit bestimmt, welche in Abbildung 4.10 als CoP-Matrix dargestellt ist. Dabei verweisen die erste und die zweite Spalte auf die Prognosefähigkeit für ein Metamodell nur in Abhängigkeit der Breite bzw. der Höhe. Wenn eine Variable keine erklärbare Variation aufweist ($CoP \rightarrow 0$), wird diese aus dem *MOP* herausgefiltert und für weitere Analysen auf der funktionalen Ebene der Metamodelle nicht weiter berücksichtigt. Die letzte Spalte gibt die

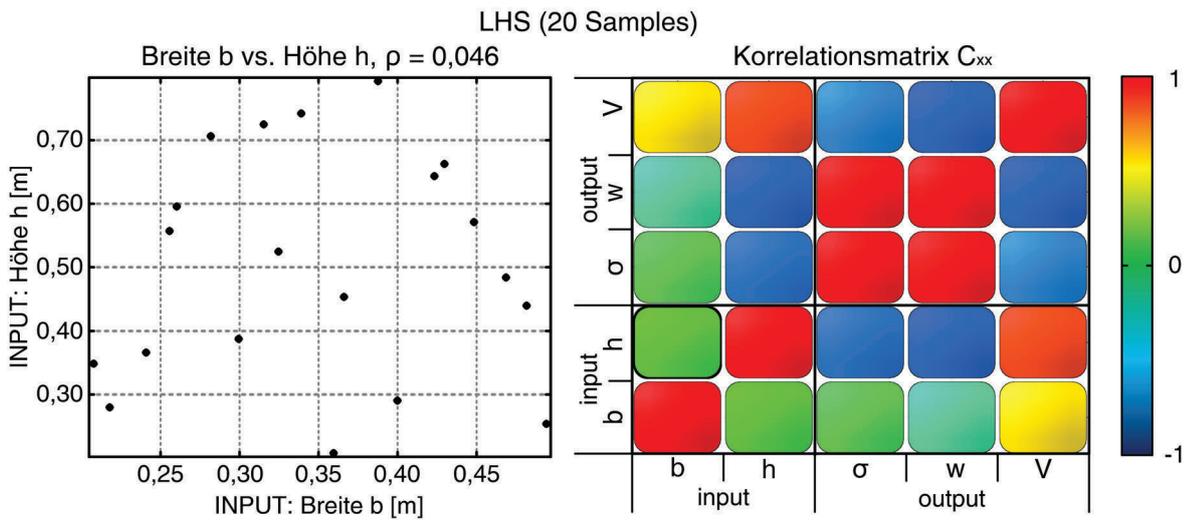


Abb. 4.8: Latin-Hypercube Sampling für 20 Stützstellen und resultierende lineare Korrelationsmatrix C_{xx}

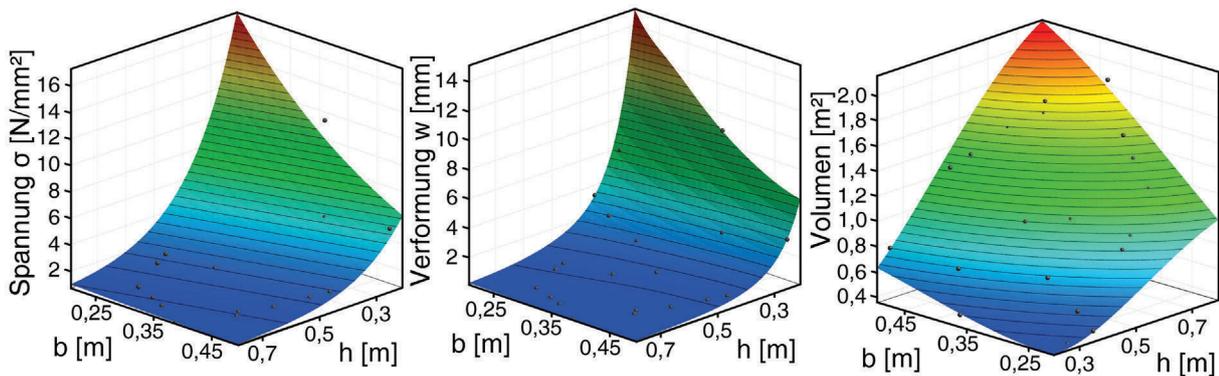


Abb. 4.9: Metamodelle für die Spannung (links), die Verformung (mittig) und das Volumen (rechts)

totale Prognosefähigkeit der Systemantworten mittels der – nicht gefilterten – Variablen an. Mit einem CoP-Wert von ca. 99 % für alle Systemantworten sind somit nahezu keine unerklärlichen Variationen, welche nicht mit dem approximierten Metamodell beschrieben werden können, vorhanden, sodass weitere Analysen auf dieser Ebene bereits in ähnlich gute Ergebnisse wie auf numerischer Ebene resultieren.

Zur Überprüfung der Vorhersagewahrscheinlichkeit des Metamodells wurden die Systemantworten im vorgegebenen Variablenraum zusätzlich analytisch ausgewertet (Abbildung 4.11). Im Vergleich mit Abbildung 4.9 zeigt sich eine qualitativ hohe Übereinstimmung, insbesondere für das Volumen, was auf den linearen Charakter der analytischen Lösung zurückzuführen ist. Aber auch die Spannung und die Verformung sind formaffin

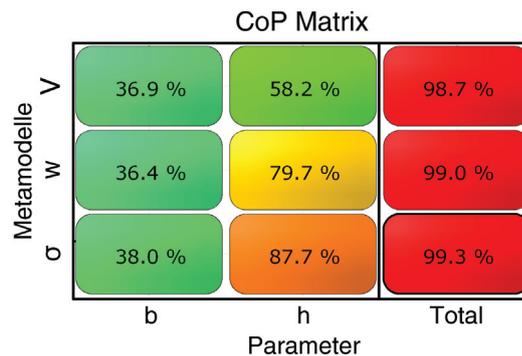


Abb. 4.10: CoP-Matrix für das untersuchte Beispiel des Einfeldträgers

zum Metamodell, wobei die Bereiche mit großer Steigung besonders für die Maximalwerte größere Differenzen zwischen dem Approximationsmodell und der analytischen Lösung aufweisen. Diese Unterschiede würden mit einer lokalen Erhöhung der Stützstellen revidiert werden.

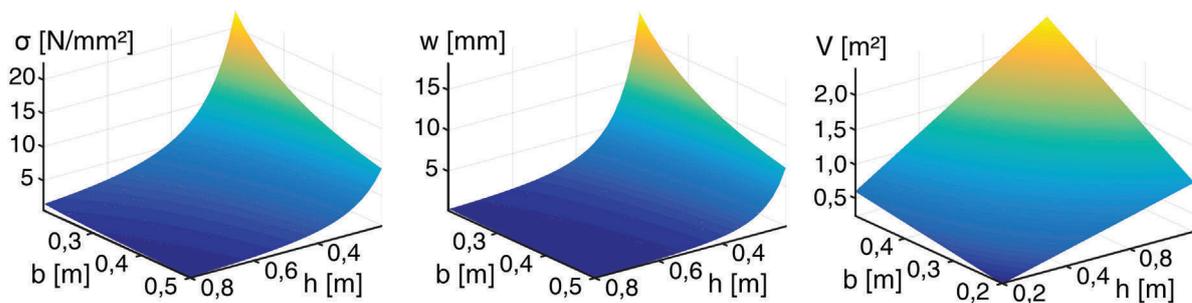


Abb. 4.11: Analytische Lösung der Systemantworten für den Einfeldträger

Es konnte gezeigt werden, dass mit dem *MOP* wesentliche Zusammenhänge zwischen den Eingangsvariablen und Systemantworten qualitativ bewertet werden können. Die identifizierte hohe Prognosefähigkeit des Modells ist anhand einer analytischen Nachrechnung der Problemstellung verifiziert worden. Dennoch handelt es sich hier um ein einfache Problemstellung, sodass für komplexere Systeme die Plausibilität der Ergebnisse, z. B. anhand der linearen Korrelationsmatrix, überprüft werden muss.

Das erstellte Metamodell kann für eine erste Voroptimierung auf funktionaler Ebene dienen, um eine rechenintensive Optimierung auf numerischer Ebene zu vermeiden.

5 Numerische Modellierung und Optimierung eines Parabolrinnenmoduls

5.1 Finite-Elemente-Methode

Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist ein Approximationsverfahren, welches zu den numerischen Methoden zur Lösung von gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen gehört [18]. Grundsätzlich wird bei der FEM ein kontinuierlicher Körper mittels Unterteilung in n_{elem} finite Elemente in eine diskrete Form übertragen. Die Elemente approximieren über gemeinsame Knoten die kontinuierliche Gesamtstruktur, wobei sie sich weder überschneiden noch Freiräume offenbaren. Auf Basis des isoparametrischen Konzepts werden dabei die physikalischen Koordinaten in natürliche Koordinaten mithilfe von Ansatzfunktionen überführt. Zur Genauigkeitssteigerung der approximierten Lösung können höherwertige Ansatzfunktionen gewählt oder eine feinere Diskretisierung des Körpers vorgenommen werden. Ist ein kontinuierlicher Körper mittels ein-, zwei- oder dreidimensional – je nach Problemstellung – finiter Elemente diskretisiert, müssen diesen konstitutive Merkmale zugewiesen werden, welche in der Strukturmechanik meist physikalische und z. T. auch geometrische Eigenschaften, wie z. B. die Spannungs-Dehnungs-Beziehung oder bei zweidimensionalen Schalenelementen die Elementdicke, sind.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Simulationen der verschiedenen, entwickelten Modelle der Parabolischen Schalen mithilfe des FE-Programms ANSYS durchgeführt und dabei sowohl geometrisch als auch materiell linear berechnet. Es werden somit keine großen Deformationen berücksichtigt, was aufgrund der geringen, resultierenden Verformungen und anhand von marginalen Abweichungen in Vergleichsrechnungen gerechtfertigt ist. Der linear-elastische Ansatz des Materialverhaltens ist in Kapitel 5.2.3 gegeben.

Wesentliche Anwendung der Finite-Elemente-Methode erfolgt im grundlegenden linearen Bereich, sodass an dieser Stelle für eine ergänzende und ausführliche Beschreibung auf grundsätzliche Fachliteratur, wie z. B. [12, 16, 18, 19, 88], verwiesen wird.

5.2 Konzeptionierung eines Parabolshalenmoduls und numerische Umsetzung

5.2.1 Konzeptionierung als erweiterte Tonnenschale

Die Modellierung einer Parabolshale als Parabolrinnenkollektormodul orientiert sich an der Geometrie des kommerziell etablierten *EuroTrough*-Moduls (vgl. Tabelle 2.1). Die zu konzipierende Schale besitzt eine Länge von 12 m bei einer Öffnungsweite von 5,77 m, die Fokallänge beträgt 1,71 m. Daraus resultiert nach Gleichung 2.3 eine Höhe von ca. 1,22 m. Zur möglichst widerstandsfreien Nachführung der Parabolshale empfiehlt sich die Lagerung der Struktur im Schwerpunkt, um tordierende Lastausmitten aus Eigengewicht auszuschließen. Aufgrund des Torsionskastens, welcher als Haupttragelement dient, ist bei üblichen Stahlfachwerkkonstruktionen der Schwerpunkt der gesamten Tragstruktur unter die eigentliche Parabelform verschoben. Für den im Rahmen dieser Arbeit zu entwickelnden Betonkollektor soll insbesondere diese Trennung zwischen tragenden Elementen und der Spiegelfläche durch eine optimierte Parabolshale, welche sowohl Tragstruktur als auch formtreues, präzises Substrat für die Reflektorelemente miteinander vereint, aufgehoben werden. Dazu sind am Anfang sowie am Ende der Parabolshale aussteifende Scheiben notwendig, wodurch die Schale im Schwerpunkt ihres Querschnitts gelagert werden kann. In diesem liegt gleichzeitig auch die Drehachse zur Sonnenachsführung.

Die Konstruktion ist vom prinzipiellen Aufbau als Tonnenschale [151] bzw. Zeiss-Dywidag-Schale (Abbildung 5.1, links) bekannt, wobei für den Fall einer Parabolshale als Kollektormodul die Mittagsposition als trogartige Schale zu verstehen ist. Das entspricht im Wesentlichen einer umgedrehten Tonnenschale. Darüber hinaus wurden Tonnenschalen für statische Beanspruchungen und große Stützweiten, wie z. B. bei den Frankfurter Großmarkthallen [120] (Abbildung 5.1, rechts), entwickelt und insbesondere durch die Arbeiten von DISCHINGER und FINSTERWALDER Anfang des 20. Jahrhunderts maßgeblich geprägt [103]. Das Konstruktionsprinzip der Tonnenschale wird im Rahmen dieser Arbeit adaptiert und als Parabolshale mit abschließenden Endschotten eingesetzt.

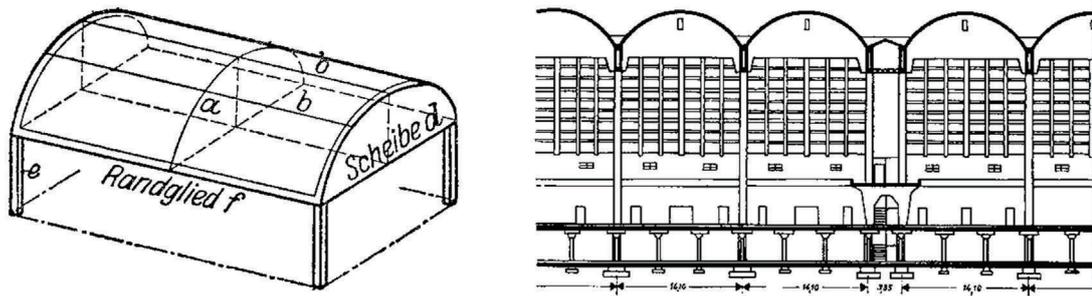


Abb. 5.1: Einfach gekrümmte Tonnenschale (links) und Großmarkthalle in Frankfurt a.M. im Querschnitt (rechts) [42]

Grundsätzlich zeichnen sich Schalen in ihrer Geometrie dadurch aus, dass ihre Dicke um ein Vielfaches kleiner ist als ihre Hauptabmessungen. Schalen können einfach oder mehrfach gekrümmt sein und werden anhand der Krümmungsradien r_1 und r_2 definiert. Der Kehrwert der Radien beschreibt die Krümmungen k_1 (bzw. k_2) und das Produkt der beiden Krümmungen die Flächenkrümmung:

$$k = \frac{1}{r_1 \cdot r_2} \quad (5.1)$$

Wenn die Krümmung $k = 0$ ist, handelt es sich um eine einfach gekrümmte Schale, da entweder $r_1 \rightarrow \infty$ oder $r_2 \rightarrow \infty$ ist. Ferner gilt für die Schalendicke $t \ll r_1$ (bzw. $t \ll r_2$). Die Tragwirkung von Schalen ist als Superposition der Tragwirkung von Scheiben- und Plattentragwerken zu interpretieren, wobei in

- Membranspannungszustand und
- Biegespannungszustand

unterschieden werden muss. Der Membranspannungszustand zeichnet sich dadurch aus, dass Einwirkungen als quasi-konstante Spannungen über die Schalendicke abgetragen werden. Dieser Spannungszustand entspricht dem einer Scheibe. Exemplarisch seien hier Hängemodelle [78] genannt, um Schalenformen zu finden, die nach dem Umkehrprinzip nur auf Druck beansprucht werden. Aufgrund punktueller Lasten oder auch Laständerungen wird dieser Idealfall eines vorzeichenkonsistenten Spannungszustands jedoch meist von Biegespannungszuständen überlagert, was dem Spannungszustand eines Plattentragwerks entspricht. Die Schnittgrößen an einem infinitesimalen Schalenelement setzen sich somit als Superposition derer von Platten und Scheiben zusammen (Abbildung 5.2).

Aufgrund der quasi kontinuierlichen Lastwechsel einer Parabolschale als Kollektormodul

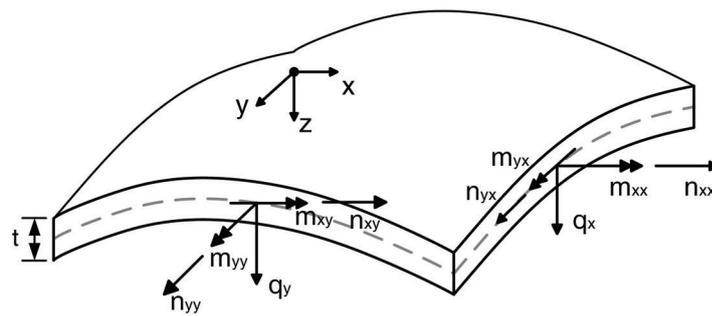


Abb. 5.2: Schnittgrößen am infinitesimalen Schalenelement

im Tagesverlauf kann ein alleiniger Membranspannungszustand ausgeschlossen werden, sodass in der numerischen Berechnung der Biegespannungszustand berücksichtigt werden muss. Zusätzlich stören auch Lastsprünge oder nicht kontinuierliche Schalendicken einen reinen Membranspannungszustand.

Da eine Anwendung der Schalentheorie im klassischen Sinn als einfach bzw. doppelte gekrümmte Zylinderschale, als rotationssymmetrische Kuppel oder Ellipsoid unter statischen Belastungen nicht Teil der Arbeit ist, sei für ein vertieftes Verständnis zum Thema Schalentragwerke auf grundlegende Fachliteratur wie z. B. [11, 87, 151, 152, 159] verwiesen.

Basierend auf dem Modellansatz einer Tonnenschale werden für die zu konzipierende Parabolenschale zusätzliche Randsteifen an den Rändern zur Verstärkung des Längssystems angeordnet. Um hohe Verwölbungen bereits allein durch Eigenlasten insbesondere in der Mittagsposition – Schale nach oben geöffnet – entgegenzuwirken, sind als initiale Optimierungsmaßnahme regelmäßige Durchspannungen als Zugbänder in den Viertelpunkten der Schale angeordnet. Abbildung 5.3 zeigt das konzeptionelle Design als System – mit exemplarischer Spannungsverteilung – und im Querschnitt. Der Schwerpunkt der Schale ist dabei maßgeblich durch die variable Schalendicke t beeinflusst. Zusätzlich sind in der Querschnittsansicht äußere Versteifungen angedeutet, welche die Schale im Quersystem zusätzlich zu den Zugbändern verstärken.

5.2.2 Numerische Modellierung

Das numerische Modell der Parabolenschale wurde mit dem FE-Programmsystem ANSYS erstellt. Es besteht aus einer Kombination von 3D- und 2D-Elementen. Die eigentliche Parabolenschale inklusive Randsteifen ist mit vierknotigen Solid-Shell-Elementen (*solsh190* [7]), die jeweils drei translatorische Freiheitsgrade je Knoten und eine lineare Ansatzfunktion

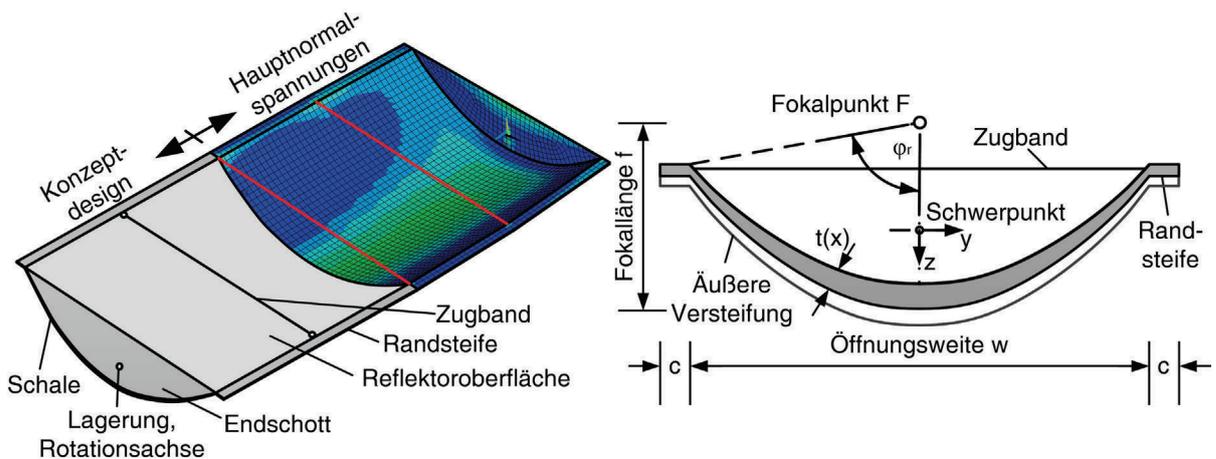


Abb. 5.3: Parabolschalenkonzept des Betonkollektors im Entwurf mit variabler Querschnittsdicke

besitzen, generiert. So können unterschiedliche Dicken der Schale realisiert werden, ohne die spätere Reflektoroberfläche zu verzerren, indem Dickenänderungen auf die Schalenunterseite ausgelagert werden. Scheibenartige Versteifungen, wie Endschotte und äußere Aussteifungen, sind mit zweidimensionalen, vierknotigen Schalenelementen (*shell181* [7]) modelliert, wobei die gewählten Elemente sechs Freiheitsgrade (drei Verschiebungs- und Rotationsfreiheitsgrade) je Knoten bei ebenfalls linearer Ansatzfunktion haben. Sie entsprechen somit dem zweidimensionalen Äquivalent des *solsh190*-Elements. Die Zugbänder bestehen aus zweidimensionalen Balkenelementen (*beam3* [7]), ebenfalls mit drei Freiheitsgraden (zwei Translatorische und einem Rotatorischen).

Das numerische Grundmodell, welches als Basis für spätere Analysen und Optimierung dient, ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Die Kantenlänge der (Solid-)Shell-Elemente beträgt im Mittel 0,15 cm, was ein Kompromiss zwischen hinreichend genauer numerischer Berechnungsqualität und einem beschränkten Rechenaufwand darstellt. Einerseits müssen die Verformungen möglichst realitätsgetreu simuliert werden können, andererseits sind zeitintensive Berechnungen hinsichtlich der nachlaufenden Optimierung zu vermeiden. Zusätzlich dienen die Knotenpunkte als Stützstellen für die approximierten Formabweichungen innerhalb der Wirksamkeitsanalyse (vgl. Kapitel 2.3.1). Das FE-Netz der Solid-Shell-Elemente besteht aus hexaedrischen Elementen mit quadratischer Grundfläche mit n_l Knotenreihen in Schalenlängsrichtung. Deren Verformungen werden ausgelesen und in einer Genauigkeitsanalyse zur Beurteilung der Formabweichungen über die Öffnungsweite nach Kapitel 2 analysiert.

Benchmark

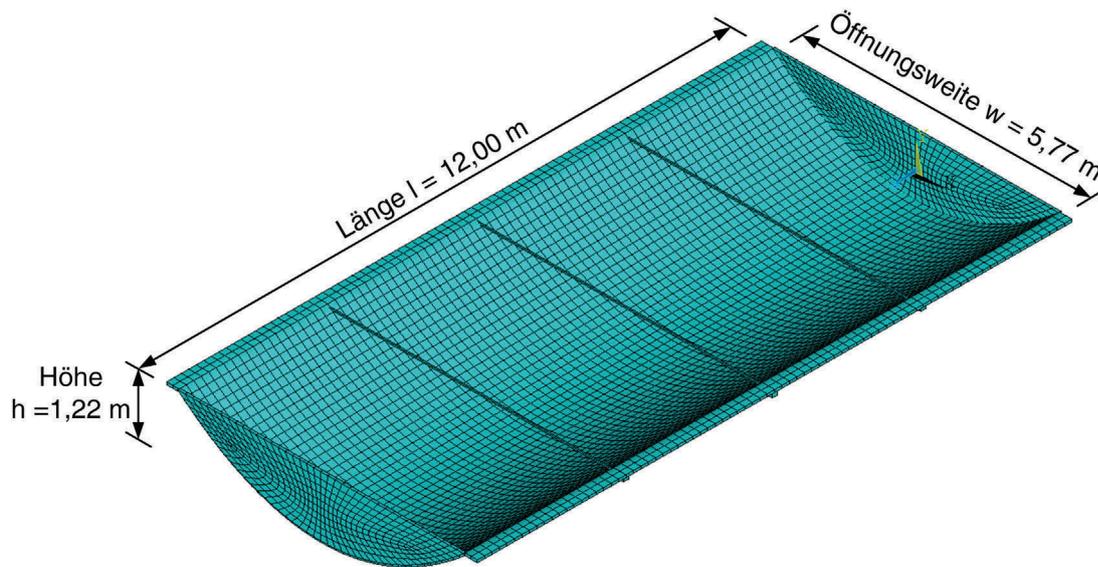


Abb. 5.4: Finite-Elemente Modell des Betonkollektors

Die hinreichende Qualität des Modells wird anhand einer geometrisch ähnlichen Schale verifiziert. Die zu untersuchende Zylinderschale [35] ist in Abbildung 5.5 als System und numerisches Modell dargestellt. Die Schale ist an den geraden Rändern frei gelagert und an den gekrümmten Rändern gehalten. Belastung erfährt sie allein durch ihr Eigengewicht g . Zur Verifikation wird für unterschiedliche Elementgrößen die zugehörige Durchbiegung im Punkt A der bereits bekannten Lösung [35] gegenübergestellt. Die wesentlichen Abmessungen und Materialdaten sind in Tabelle 5.1 gegeben, welche zwar einheitslos, aber untereinander konsistent angegeben sind. Die Berechnung erfolgt linear-elastisch.

Tab. 5.1: Geometrische und materielle Daten zur Problemstellung nach Abbildung 5.5 [35]

Radius	Länge	Eigenlast	Dicke	E-Modul	Querdehnzahl	Durchbiegung
R	L	g	t	E	ν	v_A
25	50	90	0,25	432(10 ⁶)	0,00	0,3024

Zum besseren Vergleich zwischen dem hier vorgestellten, einheitslosen Verifikationsmodell und dem Modell nach Vorbild des *EuroTroughs* erfolgt die Auswertung über den Verhältniswert von Öffnungsweite w zu Elementgröße a_{el} . Ein ansteigender Verhältniswert hat somit kleinere Elementabmessungen zur Folge. Die Öffnungsweite des Verifikationsmodells beträgt dabei $w = 43$.

Die Auswertung für verschiedene Elementgrößen sind in Abbildung 5.6 anhand der absoluten Durchbiegung v_A und als Verhältniswert zwischen analytischer und numerischer

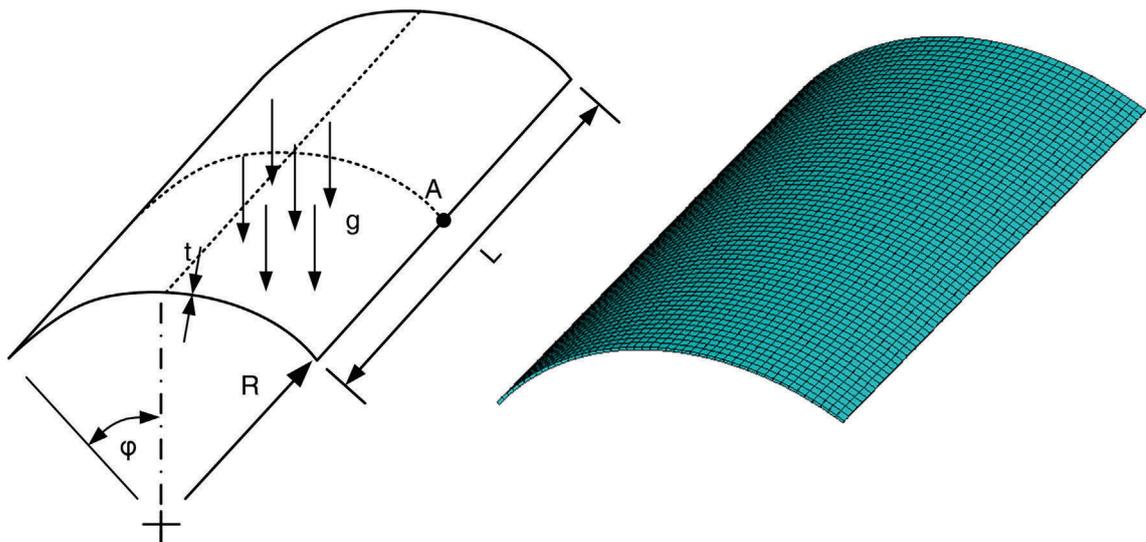


Abb. 5.5: Zylinderschale als System nach [35] und FE-Modell

Lösung dargestellt. Es wurde sowohl das reine Schalelement *solsh181* als auch das Solid-Shell-Element *solsh190* untersucht. Beide Ansätze überschätzen zum Teil – insbesondere für große Elementabmessungen – die eigentliche analytische Lösung. Das achtknotige *solsh190*-Element weist dabei eine geringfügig höhere, aber grundsätzlich vernachlässigbare Abweichungen auf. Für einen Verhältniswert von ungefähr 38, welcher sich für das numerische Modell mit geometrischen Vorbild des *EuroTroughs* ergibt, entspricht die Abweichung zwischen numerischer und analytischer Lösung für beide Elemente $< 1\%$. Somit kann eine gute Approximation des tatsächlichen Tragverhaltens durch die numerische Simulation gezeigt werden. Trotz des geringfügig genaueren Ansatzes für das *shell181*-Element wird das Solid-Schalelement *solsh190* verwendet, um keine Verzerrungen der Paraboloberfläche bei Dickenänderungen der Schale zu erhalten.

5.2.3 Materialmodell

Der Anspruch an die Parabolshale ist die Sicherstellung eines möglichst maximalen Wirkungsgrades, was im Wesentlichen von einer ungestörten Parabelform abhängt (siehe Kapitel 2). Daher sind große Deformationen möglichst zu vermeiden, sodass inelastischen Dehnungen und infolge dessen eine steifigkeitsreduzierende Rissbildung rechnerisch ausgeschlossen werden müssen. Daher wirkt die zentrische Zugfestigkeit f_{ct} des Betons restriktiv. Diese lässt sich nach [137] aus der Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ mit Versuchen an

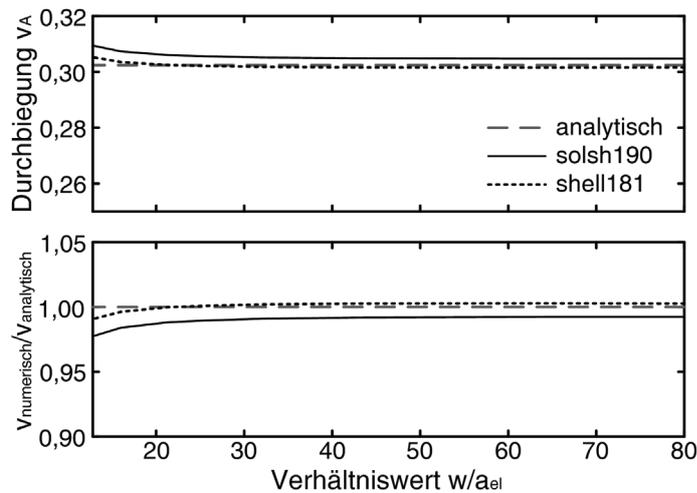


Abb. 5.6: Vergleich verschiedener Elementgrößen und Schalenelemente mit der analytischen Lösung für die Schale nach Abbildung 5.5

Prismen der Höhe h (in [mm]) in Anlehnung an [30] bestimmen:

$$f_{ct} = f_{ct,fl} \cdot \frac{2 \left(\frac{h}{100} \right)^{0,7}}{1 + 2 \left(\frac{h}{100} \right)^{0,7}} \quad (5.2)$$

Der Dauerstandsbeiwert zur Berücksichtigung von Langzeiteinwirkungen für unbewehrten Beton ist nach aktueller Normung (DIN EN 1992-1-1/NA [49, 50]) mit $\alpha_{ct,pl} = 0,70$ bestimmt. Auf empirischer Basis wird jedoch in [33] für hochfeste Feinkornbetone ein reduziert wirkender Abminderungsfaktor von 0,80 vorgeschlagen. Da der im Eurocode angegebene Wert sowohl für normal- als auch hochfesten Beton gilt, wird der Dauerstandsbeiwert nach [33] mit $\alpha_{ct,pl} = 0,80$ angesetzt. Wenn also ein abgeminderter Anteil der zentrischen Zugfestigkeit restriktiv wirkt, kann ein linear-elastisches Materialverhalten für das Zugtragverhalten von Beton vorausgesetzt werden [101]. Dies gilt dann folglich auch für den Druckbereich, da bereits für normalfeste Betone eine linear-elastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Bereich bis ca. $0,4f_c$ unterstellt wird. Wirkt die Zugfestigkeit nun restriktiv und unter der Berücksichtigung, dass $f_{ct} \ll 0,4f_c$ ist, darf das Materialverhalten als linear-elastisch idealisiert werden (Abbildung 5.7). Dies gilt insbesondere unter der Prämisse, dass der verwendete Hochleistungsbeton Eigenschaften eines UHPC aufweist, für den ein linear-elastischer Zusammenhang im Bereich bis zu 70-80 % der Druckfestigkeit f_c gilt. Aufgrund des dichten Betongefüges wird ein isotroper Materialaufbau für die numerische Simulation vorausgesetzt.

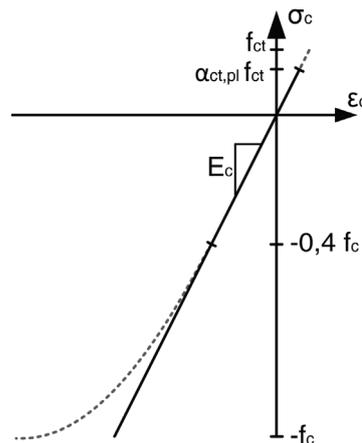


Abb. 5.7: Linear-elastische Idealisierung des Materialverhaltens von Feinkornbeton

Die Durchspannungen werden als Stahlelemente mit ebenfalls isotropen, linear-elastischem Materialverhalten modelliert. Eine Beschränkungen der zulässigen Spannungen ist nicht notwendig. Grund ist die vielfach höhere Zugfestigkeit von Stahl in Bezug auf den Beton. Die Restriktion der zulässigen Betonzugfestigkeit dominiert.

Eine Übersicht der angesetzten Materialdaten ist in Tabelle 5.2 gegeben. Die wesentlichen Betonparameter wurden Kapitel 3.4.1 entnommen. Die Biegezugfestigkeit des Betons wurde an Prismen der Größe 40/40/160 mm bestimmt (vgl. [61, 113]). Fehlende Parameter, wie z. B. die Wärmedehnzahl α , sind mit normativ erfassten Werten [49] ergänzt. Für den Stahl werden standardmäßig genormten Werte nach DIN EN 1993-1-1 [51] angesetzt.

Tab. 5.2: Materialdaten der verwendeten Baustoffe

		Einheit	Beton	Stahl
Elastizitätsmodul	E	$[N/mm^2]$	47.600	210.000
Querdehnzahl	ν	$[-]$	0,20	0,30
Wärmedehnzahl	α	$[K^{-1}]$	$10 \cdot 10^{-6}$	$12 \cdot 10^{-6}$
Dichte	ρ	$[kg/m^3]$	2.524	7.850
Druckfestigkeit	f_c	$[N/mm^2]$	109	-
Biegezugfestigkeit	$f_{ct,fl}$	$[N/mm^2]$	15,1	-
zentrische Zugfestigkeit	f_{ct}	$[N/mm^2]$	7,75	-
	$\alpha_{ct,pl} f_{ct}$	$[N/mm^2]$	6,20	-

5.3 Numerische Simulation und Dimensionierungskonzept

5.3.1 Einwirkungskombinationen

Bei Solarkollektoren sind zwei wesentliche Beanspruchungsszenarien zu unterscheiden (Kapitel 3), welche sich in Regelbetrieb unter gemäßigten Windbedingungen und Sicherstellung der maximalen Wirksamkeit sowie in Starkwindzustand unter orkanartigen Windereignissen und Sicherstellung der Tragfähigkeit einteilen lassen. Da im Starkwindzustand der Kollektor aus dem Wind gedreht wird, um eine möglichst geringe Angriffsfläche zu bieten, wird dieses Beanspruchungsszenario lediglich durch eine Lastfallsituation (Kollektorauslenkung $\Phi = 90^\circ$ nach Abbildung 3.6) dominiert. Für den Regelbetrieb müssen jedoch theoretisch für jede Kollektorauslenkung ($\Phi = \text{variabel}$) – also einer Vielzahl von Lastfallsituationen – die maximale Wirksamkeit und ein Verbleib im Zustand I sichergestellt werden. Verformungseinflüsse aus zeitabhängigen Materialverhalten (Kriechen und Schwinden) beeinflussen zusätzlich die Strahlenkonzentration im Betriebszustand, sodass für den Regelbetrieb weiterhin zwischen den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$ differenziert werden muss.

Bei einer Bemessung von Tragwerken nach aktueller, nationaler Norm [49, 50] ist grundsätzlich zwischen den beiden Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit (GZG) und Tragfähigkeit (GZT) zu unterscheiden. Sie zeichnen sich insbesondere durch eine Wichtung der Einwirkungen – in Abhängigkeit ihrer Unsicherheiten und der Auftrittswahrscheinlichkeit untereinander – und der Widerstände – in Abhängigkeit des materiellen Aufbaus und Langzeitverhaltens – aus [43, 44]. Im GZT soll ein Versagen der Struktur ausgeschlossen werden. Demgegenüber soll im GZG die Nutzung des Tragwerks gewährleistet werden, was für das Kollektormodul der Einhaltung der optischen Wirksamkeit entspricht.

In [67, 130] sind Parabolrinnenmodule als *special structure* klassifiziert und primäre Einwirkungskombinationen sowie korrespondierende Materialwiderstände für Stahlkollektoren zusammengestellt. Diese beruhen ebenfalls auf einer Auslegung für unterschiedliche Windstärken bei bestimmten Kollektorauslenkungen und zugehörigen Materialwiderständen. Das für Stahlkonstruktionen ausgelegte Konzept dient hier als Grundlage und wird für die materiellen und einwirkungsspezifischen Randbedingungen der in dieser Arbeit hergeleiteten und entwickelten Parameter modifiziert. Ein Ansatz von Sicherheitsbeiwerten und Kombinationsregeln nach nationaler Norm wird jedoch im Rahmen dieser

Arbeit insbesondere im GZT als zu konservativ angesehen. Es werden alternative Einwirkungskombinationen für ein Parabolrinnenmodul aus Beton als *special structure* angesetzt, welche grundsätzlich auf einer ungerissenen Parabolschale im Gebrauchszustand beruhen. Die wesentlichen Einwirkungskombinationen mit zugehörigem Widerstand, definiert als zentrische Zugfestigkeit des Betons, sind in Tabelle 5.3 gegeben. Eine ausführliche Gegenüberstellung der anzusetzenden Lastfallkombinationen für die numerische Berechnung, jedoch ohne Berücksichtigung der sich auf Langzeitverformungen auswirkenden Kriech- und Schwindprozesse ($K + S$), ist in Tabelle D.1 gegeben.

Tab. 5.3: Einwirkungskombinationen und Widerstände für den Betriebs- und Starkwindzustand

	Einwirkungskombination	Widerstand
Betriebszustand	$t = 0 : G_k + Q_{k,W7} + Q_{k,T}$	$\alpha_{ct,pl} f_{ct}$
$\Phi = [0, 45, 90, 135]^\circ$	$t = \infty : G_k + Q_{k,W7} + Q_{k,T} + (K + S)$	
Starkwindzustand	$G_k + Q_{k,W12} + 0,5Q_{k,T}$	$\alpha_{ct,pl} f_{ct}$
$\Phi = 90^\circ$		

Im **Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit** (Betriebszustand) wird ein eher konservativer Ansatz gewählt, da neben Eigenlasten (G_k) auch die Windbeanspruchung ($Q_{k,W7}$ – die Ziffer verweist auf die Windstärke nach Beaufort-Skala) und die Temperatur ($Q_{k,T}$) voll berücksichtigt werden. Eine normative Auslegung [43] sieht hier eine Abminderung zumindest durch Kombinationsbeiwerte ψ vor. Für den Widerstand wird die zentrische Betonzugfestigkeit f_{ct} , abgemindert durch den Dauerstandsbeiwert $\alpha_{ct,pl}$, angesetzt. Die Verformungs- sowie Spannungsbegrenzung muss für jegliche Kollektorauslenkungen, welche sich gemäß Abbildung 3.6 auf die vier Auslenkungswinkel $\Phi = [0, 45, 90, 135]^\circ$ beschränken, eingehalten werden.

Die Tragfähigkeit wird primär durch die Sicherstellung eines ungerissenen Tragwerks im Gebrauchszustand erreicht, wobei die Spannungsberengung auch für den Starkwindzustand gilt. Da dieses Belastungsszenario durch eine orkanartige Windbeanspruchung mit einer Windstärke von 12 Bft ($Q_{k,W12}$) bei einer Kollektorauslenkung $\Phi = 90^\circ$ definiert ist, gilt dieser Ansatz als eine außergewöhnliche Beanspruchungssituation. Daher wird hier die Temperaturbeanspruchung $Q_{k,T}$ mit einem Kombinationsbeiwert $\psi = 0,50$ in Anlehnung an [45] abgemindert. So wird eine zeitlich simultane Auftretenswahrscheinlichkeit der Beanspruchungen berücksichtigt.

Der **Grenzzustand der Tragfähigkeit** wird durch die Sicherstellung eines duktilen Tragverhaltens mittels Robustheitsbewehrung eingehalten. Die maßgeblichen Schnittgrößen können dabei über die Spannungen in der Schale bestimmt werden. Anschließend werden die erforderlichen Bewehrungsmengen ermittelt. Dadurch ergeben sich für die unterschiedlichen Materialparameter der in Kapitel 3.4.1 diskutierten Bewehrungsalternativen erforderliche Bewehrungsgrade. Eine Auslegung der Parabolshale hinsichtlich erforderlicher Bewehrungsmengen zur Sicherstellung eines duktilen Versagens ist nicht Teil dieser Arbeit.

Insgesamt werden fünf Lastfallkombinationen numerisch untersucht (vgl. Tabelle D.1), welche sich aus den in Kapitel 3 hergeleiteten Beanspruchungen sowie Verformungsansätzen zusammensetzen. Dafür werden die Eigenlasten G_k anhand der Dichte der verwendeten Materialien (vgl. Tabelle 5.2) bestimmt, welche für die jeweiligen Elementtypen des numerischen Modells definiert sind. Die Windlasten $Q_{k,W}$ – in Abhängigkeit der Windstärke nach der Beaufortskala (Tabelle B.1) – wurden in Kapitel 3.1.3 hergeleitet und werden anhand Gleichung 3.15 als äußere Flächenlasten auf das numerische Modell angesetzt. Der Ansatz der Temperaturbeanspruchung erfolgt mithilfe von Gleichung 3.57 mit den in Kapitel 3.2.4 ermittelten Temperaturdifferenzen. Verformungsansätze aus Kriechen und Schwinden (Kapitel 3.4) werden wie die Initialverformungen (Kapitel 3.3) im Nachhinein für die Wirksamkeitsanalyse herangezogen.

5.3.2 Auswertung des Grundmodells

Da für eine Berücksichtigung von mehreren Lastfällen, insbesondere vor dem Hintergrund eines iterativen Optimierungsprozesses auf numerischer Ebene, ein erhöhter Rechenaufwand erforderlich ist, wurden mit dem Grundmodell des Betonkollektormoduls nach Abbildung 5.3 wesentliche Lastfälle bzw. ein dominierender Lastfall zur Dimensionierung der Tragstruktur identifiziert. Dazu wurden die verschiedenen Einwirkungs- bzw. Lastfallkombinationen (LFK) nach Tabelle 5.3 bzw. D.1 für unterschiedliche Dicken des Schalentragswerks angesetzt und die maximalen ersten Hauptnormalspannungen σ_I (vgl. Kapitel 5.3.3) sowie die Verformungen analysiert. Die Schalendicke – variabel für den Scheitelpunkt mit der Dicke t_1 und an den Öffnungsrändern mit der Dicke t_2 – wurde dabei entweder konstant ($t_1 = t_2$) oder nach außen verjüngend ($t_1 > t_2$) variiert. Die weiteren geometrischen Variablen, wie z. B. die Geometrien der Randauskragungen oder der äußeren Versteifungen, verblieben vorerst konstant und wurden erst im späteren Optimierungsprozess berücksichtigt. Die wesentlichen Ergebnisse sind in den Tabellen

D.2 für konstante und in den Tabellen D.3 für variable Schalendicken zusammengefasst. Exemplarisch sind die Spannungen in Längsrichtung σ_x und die Verformungen v_z , d. h. die Verformungen in lokaler z-Richtung des Kollektormoduls (vgl. Abbildung 5.3), für die Lastfallkombinationen 1 – 4 am Modell mit einer konstanten Schalendicke von 6 cm in Abbildung 5.8 dargestellt.

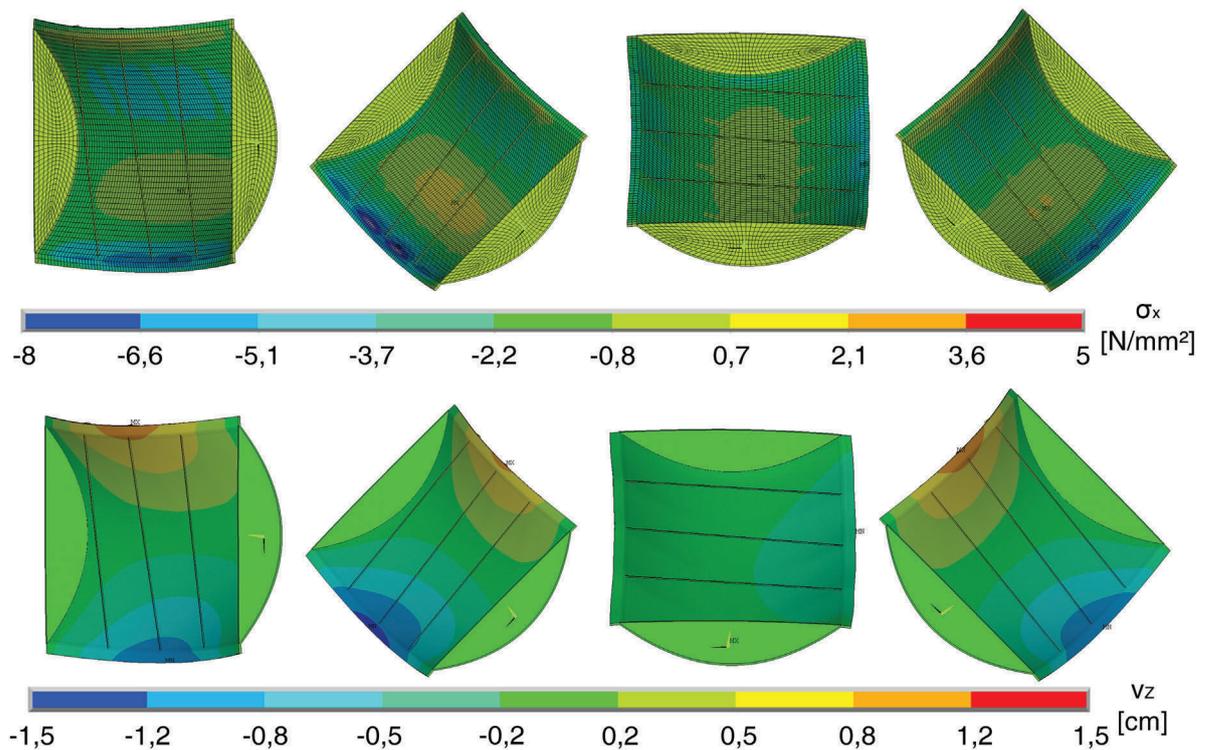


Abb. 5.8: Spannungen σ_x und Verformungen v_z für die Lastfallkombinationen 1-4 am Grundmodell mit konstanter Schalendicke von 6 cm

Grundsätzlich zeigt sich, dass die maximalen Hauptnormalspannungen σ_I aus einer Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$ resultieren, was der LFK2 entspricht, und diese die Anderen dominieren. Weiterhin verringern sich die Spannungen in der Schale $\sigma_{I, Schale}$ mit steigender Dicke. Gleichzeitig nimmt die Beanspruchung in den Endschotten $\sigma_{I, Schott}$ zu, da sie durch das steigende Eigengewicht stärker belastet werden. Ähnlich wie bei der eigentlichen Schale nehmen die Spannungen $\sigma_{I, krag}$ in den auskragenden Randversteifungen ebenfalls mit erhöhten Dicken ab, da diese von der Schalendicke am Rand t_2 abhängig sind. Wesentlich geringer sind die Spannungsunterschiede in den äußeren Querversteifungen ($\sigma_{I, quer}$), welche vorerst als konstant angesetzt wurden und somit nur auf Einflüsse durch die Variation der Schalendicke reagieren.

Die maximalen Verformungen als Indikator der Wirksamkeit resultieren ebenfalls aus

einer Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$. Ausnahme ist die LFK 5, die für sehr geringe Schalendicken zu den größten Verformungen führt. Da dies jedoch dem Starkwindzustand entspricht und hierbei die Verformungskontrolle hinsichtlich der optischen Wirksamkeit keine Relevanz besitzt, wird die Verformung für diese LFK vernachlässigt. Lediglich die maximal zulässigen Spannungen sind hier einzuhalten.

Das Wirksamkeitskriterium (Kapitel 2) basiert jedoch nicht auf absoluten Verformungen sondern auf dem Steigungsfehler der Parabelform und den daraus resultierenden Winkel Fehlern der Strahlenablenkung. Die Wirksamkeitsanalysen wurden daher exemplarisch am Modell mit konstanter Schalendicke $t_1 = t_2 = 6$ cm für die Lastfallkombinationen 1 bis 4 zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$, d. h. auch unter Berücksichtigung von Kriech- und Schwindeinflüssen, durchgeführt (Abbildung 5.9). Zur besseren Vergleichbarkeit wurden keine zufallsbasierten Initialverformungen angesetzt. Die Verformungen und resultierende Winkel Fehler über die Apertur des Kollektormoduls sind für den Zeitpunkt $t = 0$ in Abbildung D.1 dargestellt.

Auch maximale Winkel Fehler resultieren aus einer Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$, was sich in einem größten Mittelwert $\mu = 5,34$ mrad mit größter zugehöriger Standardabweichung $\sigma = 2,38$ mrad widerspiegelt. Jedoch weisen die Analysen für Kollektorauslenkungen von $\Phi = 0^\circ$ und 135° ähnlich große Winkel Fehler auf, da hier die Eigenlasten die anderen Einwirkungen dominieren. Bei schlanken Strukturen einwandiger Schalen haben die veränderlichen Lasten aufgrund der geringeren Eigenlast und abgeminderten Steifigkeit wiederum mehr Einfluss auf die Verformungen und somit auf die Wirksamkeit, sodass eine Wirksamkeitsüberprüfung tendenziell für alle Kollektorauslenkungen durchzuführen ist. Ausnahme bildet die Mittagsposition ($\Phi = 90^\circ$) mit deutlich geringeren Verformungen und Winkel Fehlern mit einem Mittelwert von $\mu = -0,89$ mrad und einer Standardabweichung von $\sigma = 0,63$ mrad.

Die zeitabhängigen Verformungen infolge Kriech - und Schwindbeanspruchungen zeigen kaum einen Einfluss auf die Wirksamkeit. Für alle Kollektorauslenkungen verbleibt der Mittelwert des Winkel Fehlers konstant, während sich die Standardabweichung minimal verringert, was auf eine verminderte Streuung der reflektierten Solarstrahlen zurückzuführen ist. Grundsätzlich kann für jede LFK eine volle Wirksamkeit ($\eta = 1$) sowohl für den Zeitpunkt $t = 0$ als auch $t = \infty$ nachgewiesen werden. Die maßgeblichen Beanspruchung, welche die größten Winkel Fehler hervorrufen, sind dabei Eigenlasten und Windbeanspruchungen, wobei Einwirkungen aus Temperatur und zeitabhängige Verformungen kaum Einfluss auf die Strahlablenkung haben (Abbildung D.2).

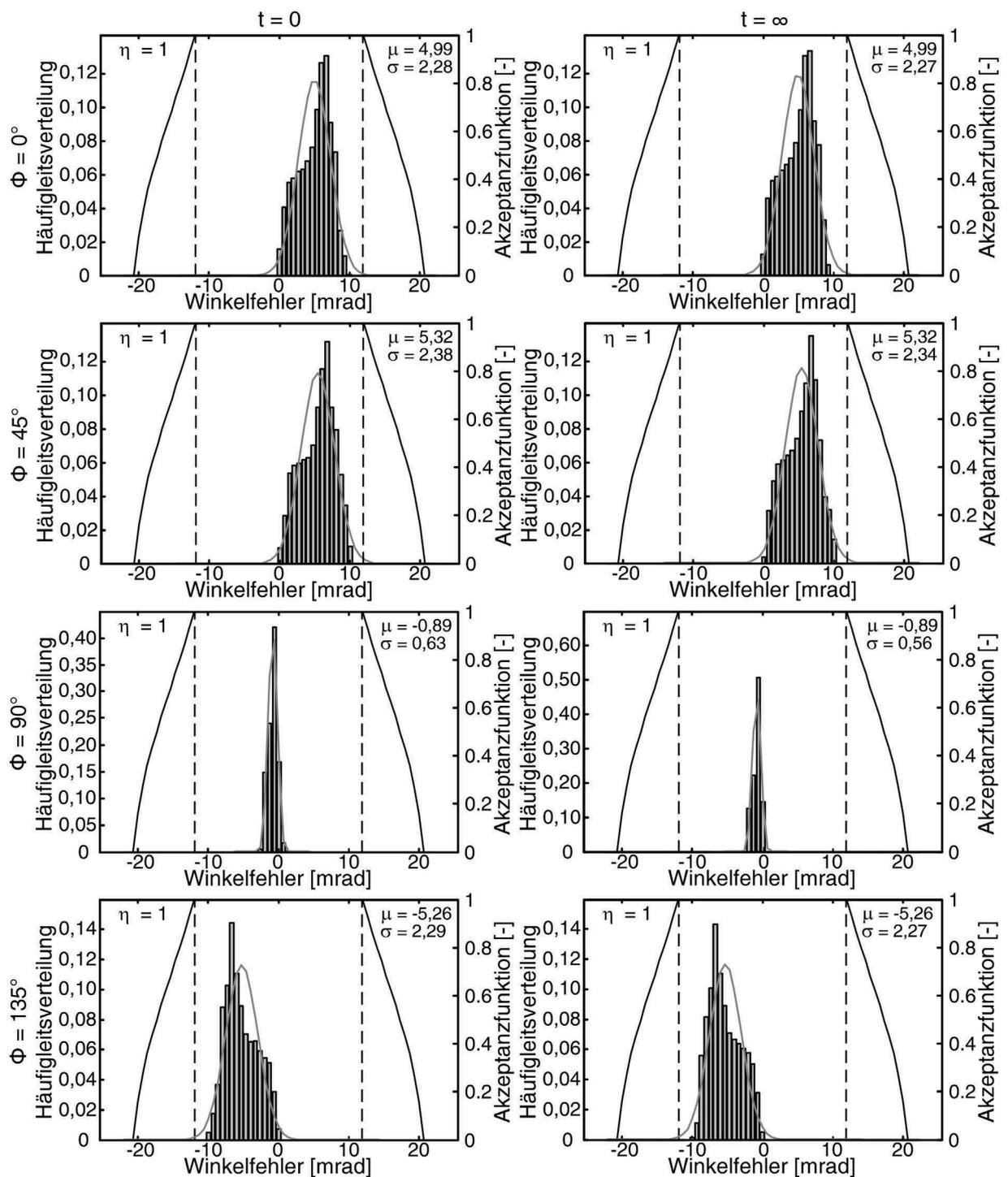


Abb. 5.9: Wirksamkeitsanalyse am Grundmodell mit konstanter Schalendicke von $t_1 = t_2 = 6$ cm für die Lastfallkombinationen 1 bis 4 zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$

Wie aufgrund der Winddruckbeiwerte nach Abbildung 3.6 erwartet, resultieren die größtmöglichen Spannungen sowie Verformungen – nicht aber zwingend Winkelfehler – aus den

Belastungssituationen für eine Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$. Wird die Schalendicke vergrößert, so verringern sich auch aufgrund der erhöhten Steifigkeit die Verformungen, woraus eine nicht gewünschte Materialerhöhung und dominante Eigenlasten folgen. Aufgrund des steigenden Eigengewichts erfahren teilweise auch aussteifende Elemente, z. B. die Endschotte, erhöhte Belastungen. Einflüsse aus zeitabhängigen Verformungen (Kriechen und Schwinden) haben marginale Auswirkungen auf die Solarstrahlenkonzentration. Dieser Anteil verringert zudem die Streuung des Winkelfehlers und wirkt sich somit positiv auf die Strahlenkonzentration aus. Mit einer variablen, sich zum Rand verjüngenden Schalendicke wurden ähnliche Ergebnisse (Tabelle D.3) für die Verformungen und Spannungen wie für eine konstante Schalendicke erzeugt, jedoch bei geringerem Volumen und somit Gewicht. Dennoch konnten für die numerisch simulierten Modelle nicht für sämtliche Lastfallkombinationen die maximal zulässige Spannung eingehalten werden. Daher soll eine dem Kraftfluss affine Struktur generiert werden, welche mit minimalem Volumen die geforderten Restriktionen des Materials (Betonzugfestigkeit) und der Oberflächengenauigkeit (optische Wirksamkeit) einhält.

5.3.3 Dimensionierungskonzept für Kollektormodule aus Beton

In ersten Analysen am einwandigen Grundmodell der Parabolschale konnte nachgewiesen werden, dass die maßgeblichen Belastungen für eine Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$ (LFK 2 nach Tabelle D.1) auftreten. Das Dimensionierungskonzept der Parabolschale basiert daher auf einer Spannungsbegrenzung infolge dieser Belastungssituation auf die abgeminderte zentrische Zugfestigkeit $\alpha_{ct,pl}f_{ct}$. Die Spannungsbegrenzung erfolgt auf Basis der Hauptnormalspannungshypothese nach RANKINE, welche von einem Versagen durch die betragsmäßig maximalen Hauptnormalspannungen ausgeht, wie es für spröde Materialien üblich ist [4]. Die Hauptnormalspannungen σ^H sind dadurch definiert, dass sie keine zugehörigen Schubspannungen besitzen. Für den dreidimensionalen Fall gilt:

$$\sigma^H = \begin{pmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

σ_I entspricht der maximalen Hauptnormalspannung, welche orthogonal auf der minimalen Hauptnormalspannung σ_{III} steht. Die Hauptnormalspannungen lassen sich aus dem

Spannungstensor \mathbf{S} mittels Eigenwertzerlegung nach Gleichung 5.4 ermitteln.

$$\det(\mathbf{S} - \sigma^H \mathbf{I}) = 0 \quad (5.4)$$

Hierbei ist \mathbf{I} die Einheitsmatrix. Für den ebenen Spannungszustand folgt:

$$\sigma_{I,II} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (5.5)$$

σ_{II} ist hier die minimale Hauptnormalspannung und entspricht im räumlichen Fall der Spannung σ_{III} .

Das heißt, die abgeminderte zentrische Zugfestigkeit beschränkt die erste Hauptnormalspannung, sodass gilt:

$$\sigma_I \leq \alpha_{ct,pl} f_{ct} \quad (5.6)$$

Ist ein Verbleib im Zustand I im Regelbetrieb und für das außergewöhnliche Starkwindereignis sichergestellt, wird die optische Wirksamkeit überprüft. Dies erfolgt für jede Kollektorauslenkung und somit für die Einwirkungskombinationen 1 bis 4, da die Wirksamkeitsanalyse auf dem Winkelfehler der Solarstrahlenabweichung basiert und im Gegensatz zur Spannungsbegrenzung keine dominierende Kollektorauslenkung eindeutig festgestellt werden konnte. Darüber hinaus wird die optische Wirksamkeit für die Zeitpunkte $t = 0$ und $t = \infty$ sowie mit Ansatz initialer Vorverformungen durchgeführt.

Im Sinne eines Optimierungsprozesses, welcher als Zielsetzung die Generierung eines sowohl leichtgewichtigen als auch formtreuen Tragwerks hat, wurde durch diesen Ansatz die multikriterielle Zielfunktion aufgelöst, indem die geforderte Formtreue als Restriktion eingeführt wurde. Diese gilt aber nicht, wie die Hauptnormalspannungshypothese, innerhalb des Optimierungsprozesses auf numerischer Ebene, sondern wird erst a posteriori am „optimalen Entwurf“ überprüft. Abbildung 5.10 zeigt dies als Ablaufdiagramm des generellen Optimierungsprozesses, welcher Grundlage der ganzheitlichen Optimierungsstrategie nach Kapitel 5.4 ist. Gegebenenfalls können noch weitere Optimierungsschritte am modifizierten Modell erforderlich werden, wenn die optische Wirksamkeit nicht mehr eingehalten werden kann. Mögliche Modifikationen wären dann ingenieurtechnisch sinnvolle Maßnahmen, die entweder das konzeptionelle Design betreffen oder ausgewählte Freiwerte beschränken. Eine direkte Integration der Wirksamkeitsanalyse nach Kapitel 2 in den Optimierungsprozess auf numerischer Ebene würde einen übermäßig hohen und

ineffizienten zusätzlichen Rechenaufwand darstellen.

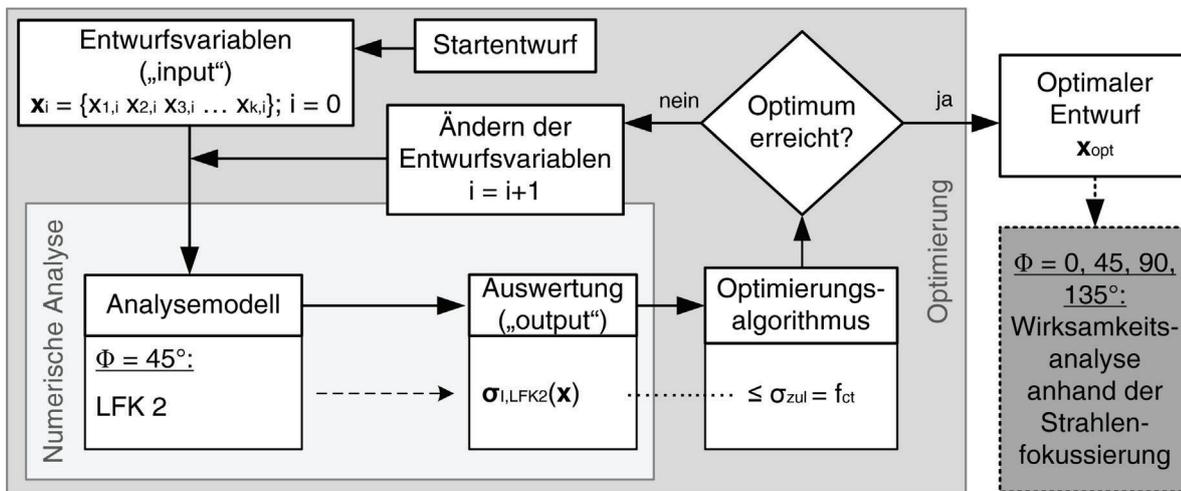


Abb. 5.10: Ablaufdiagramm des Dimensionierungsprozesses

5.4 Herleitung eines ganzheitlichen Optimierungskonzepts

Das Optimierungskonzept in dieser Arbeit ist auf die Entwicklung eines optimierten Tragwerks im Sinne einer *multilevel* Optimierung ausgelegt, sodass sukzessiv eine optimale Struktur auf Konzept-, Tragwerks- (Schale) und Detailebene generiert wird (Abbildung 5.11). Dazu dienen verschiedene Optimierungsstrategien, die in Abhängigkeit der Optimierungsebene entwickelt werden. Maßgeblicher Teil dieser Arbeit ist dabei die Entwicklung auf Konzept- und Tragwerksebene. Detailoptimierungen, wie z. B. bei punktförmigen Lasteinleitungen, bedingen weitere Optimierungen in Topologie und Struktur bzw. konstruktive Maßnahmen, was sich jedoch nicht auf das Trag- und Verformungsverhalten der Gesamtstruktur auswirkt und somit hier nicht weiter behandelt wird.

Auf der Ebene des konzeptionellen Designs sind die Schwerpunkte geprägt durch ingenieurmäßig sinnvolle Adaptionen in der Regel als „ad-hoc“ Maßnahmen. Die wesentlichen Optimierungsschritte auf dieser Ebene sind

- das Zusammenführen der Trag- und Reflektorstruktur als Parabolschale,
- die Adaption der Tonnen- bzw. Trogschale mit Lagerung im Schwerpunkt durch Seitenschotte,

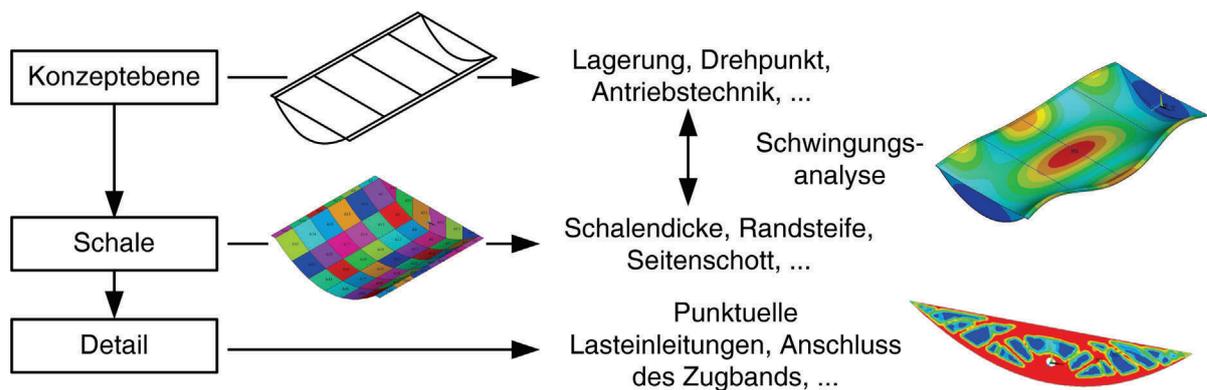


Abb. 5.11: Multilevel Optimierung

- die Anordnung von Randverstärkungen und
- zusätzlichen Durchspannungen in den Viertelpunkten der Schale.

Auf Basis dieses initialen Konzepts erfolgten bereits erste Analysen am so generierten Grundmodell (vgl. Kapitel 5.3.2).

Der Optimierungsprozess auf Schalenebene umfasst die eigentliche Strukturoptimierung (vgl. Kapitel 4). Wie in Abbildung 5.10 bereits dargestellt, ist die Forderung einer maximalen Steifigkeit als nachgeschaltete Wirksamkeitsanalyse bereits als angehängte Restriktion aus dem numerischen Optimierungsprozess ausgelagert, sodass als alleinige Zielfunktion die Minimierung des Volumens bzw. der Masse mit dem Anspruch eines ressourcenschonenden und leichtgewichtigen Tragwerks bestehen bleibt. Dadurch wird das mehrkriterielle Optimierungsproblem aufgelöst, wobei die so erzeugten Optima explizite optimale Entwürfe sind, welche auf der Pareto-Front (vgl. Abbildung 4.2) liegen.

Der eigentliche Optimierungsprozess wird dabei um eine varianzbasierte Sensitivitätsanalyse nach Kapitel 4.4 erweitert, die einer finalen Optimierung auf numerischer Ebene vorangestellt ist, um einerseits die wesentlichen Freiwerte und ihren Einfluss auf die Systemantworten zu identifizieren und andererseits auf dem mathematischem Ersatzmodell auf funktionaler Ebene eine erste Voroptimierung durchzuführen. Der wesentliche Ablauf dieses erweiterten Optimierungsprozesses ist in Abbildung 5.12 dargestellt.

Dabei wird zu Beginn ein Entwurfsraum \mathbf{X} aufgespannt, der die festgelegten Freiwerte x_i und die zugehörigen Schranken $x_{i,L}$ und $x_{i,U}$ beinhaltet. Mittels *Latin-Hypercube Sampling* wird eine Stichprobe der Freiwerte im Entwurfsraum erzeugt und durch einen Solver – hier das FE-Programmsystem ANSYS – die Systemantworten y_i ermittelt. Mithilfe des *Metamodells Optimaler Prognose (MOP)* wird dann eine Beziehung zwischen den Eingangsgrößen

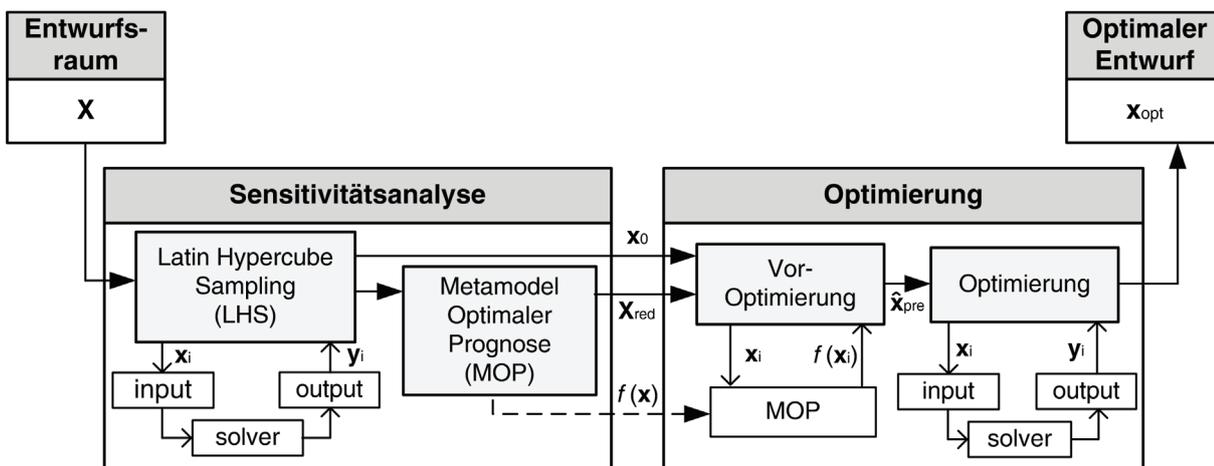


Abb. 5.12: Ablaufdiagramm des erweiterten Optimierungsprozesses

und den Systemantworten auf funktionaler Ebene $f(\mathbf{x})$ generiert, wobei die wesentlichen Eingangsgrößen im Bezug auf die jeweiligen Systemantworten identifiziert werden und der Entwurfsraum für eine Voroptimierung reduziert wird. Diese Voroptimierung, welche als Initialentwurf die beste Lösung aus dem *Latin-Hypercube Sampling* x_0 nutzt, erfolgt auf Basis des MOP. Als Optimierungsalgorithmus wird dabei das NLPQL angewandt, da es sich um eine Problemstellung stetig differenzierbarer Funktionen handelt. Der so generierte Lösungsentwurf der Voroptimierung \hat{x}_{pre} dient in der darauf folgenden finalen Optimierung auf numerischer Ebene als Startentwurf. Diese wird mithilfe des *Adaptive Response Surface Method (ARSM)* Optimierungsalgorithmus durchgeführt und so der optimale Entwurf x_{opt} erzeugt.

Die Freiwerte bzw. Variablen, welche als Eingangsgrößen dienen, sind durchgehend geometrische Größen. Diese beschränken sich grundsätzlich auf ausgewählte Querschnittswerte. Auf eine direkte Parametrisierung des Modells über alle Freiwerte der Knoten wird bewusst verzichtet, um „Defekte“ im Finite-Elemente Modell, z. B. *Locking*-Effekte als Schubversteifung der Schale durch verzerrte Elemente [81], zu vermeiden. Daher sind die geometrischen Freiwerte so gewählt, dass sie eine strukturübergreifende Formänderung bewirken.

Maßgebende Ausgangsgrößen werden entweder als Restriktionen beschränkt oder als Zielfunktion minimiert. Auf numerischer Ebene ist die einzige Zielfunktion die angestrebte Minimierung der Masse und als Restriktionen dienen Spannungsbegrenzungen in der Parabolenschale sowohl in der Schale selbst als auch in den aussteifenden Elementen.

Schwingungsanalyse

In Abhängigkeit des konzeptionellen Designs und der optimalen Auslegung der jeweiligen Tragelemente der Schalenstruktur, sind Anregungen der Tragstruktur durch Windeinflüsse zu prüfen. Diese Schwingungsanfälligkeiten, welche insbesondere bei sehr schlanken Strukturen zu erwarten sind, werden aufgrund der oben aufgeführten konzeptionellen Maßnahmen bereits reduziert. Daher wurden für das einschalige Grundmodell mit einer konstanten Schalendicke von 2 cm die Eigenfrequenzen (Tabelle D.4) ermittelt, welche Werte jenseits von 3,71 Hz für biege- bzw. torsionsdominante Formen aufweisen, sodass für diesen Fall keine wesentliche Anregung im natürlichen Windfeld (Abbildung 5.13) zu erwarten ist. Auch für die weiteren Entwürfe kann eine Schwingungsanfälligkeit ausgeschlossen werden, da diese entweder größere Schalendicken besitzen, was grundsätzlich die Eigenfrequenzen erhöht, oder zusätzliche Aussteifungen wiederum die Schwingungsanfälligkeit abmindern. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher auf eine Überprüfung der Schwingungsanfälligkeit für die übrigen Modelle und generierten Optimalentwürfe verzichtet.

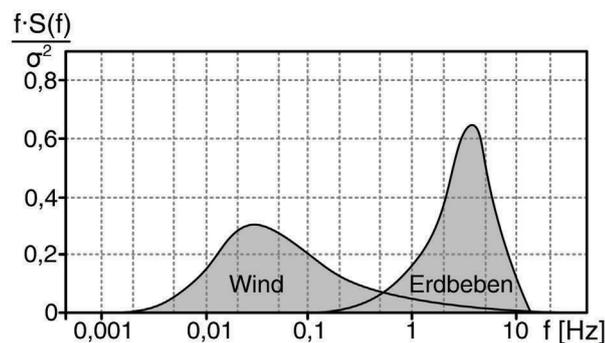


Abb. 5.13: Frequenzbereich der Wind- und Erdbebenlasten nach [84]

5.5 Optimierte Auslegung von Parabolshalen

5.5.1 Grundmodell

Erste Analysen am Grundmodell, primär auf Basis der Variation von Schalen- und Schott- dicke (Kapitel 5.3.2), haben in einer Parameterstudie gezeigt, dass mit steigender Scha- lendicke die Steifigkeit der Tragstruktur zunimmt. Gleichzeitig erhöhen sich jedoch auch die Eigenlasten, welche wiederum zu erhöhten Verformungen führen. Zudem konnte

mit einer sich nach außen verjüngenden Schale eine erste Reduzierung des Volumens, d. h. der Eigenlasten, bei ähnlich gutem Tragverhalten nachgewiesen werden. Ferner sind bisher weitere geometrische Größen, wie die der äußeren Queraussteifungen, als konstant angesetzt.

Basierend auf der Optimierungsstrategie auf Schalenebene wird der Variablenvektor (*input*) um bisher unberücksichtigte geometrische Entwurfsvariablen erweitert und mithilfe von festgelegten Schranken der Entwurfsraum definiert. Restriktiv wirkt die Betonzugfestigkeit, welche die ersten Hauptnormalspannungen im gesamten Schalentragswerk – außer bei den Durchspannungen mit Stahlelementen – beschränkt (vgl. Gleichung 5.6). Die Systemantworten (*output*) sind das Volumen V sowie die ersten Hauptnormalspannungen $\sigma_{I,j}$ in den einzelnen Tragelementen j , z. B. die Schale oder die äußeren Queraussteifungen. Bereiche mit Singularitäten, wie die Lasteinleitung des Zugbands oder die punktuelle Lagerung in den Endschotten, werden nicht berücksichtigt. Diese Stellen sind in einem gesonderten Optimierungsschritt auf Detailebene anzupassen, da hier lokal die Strukturmechanik auf Tragwerksebene nicht mehr gültig ist. Zusätzlich wird die maximale Verformung der Schaleninnenfläche in der Mitte des Moduls betrachtet, jedoch nicht beschränkt. Die maximale Verformung, welche die optische Wirksamkeit beeinflusst, ist somit als inaktive Restriktion definiert. In Tabelle 5.4 sind die Eingangsvariablen mit zugehörigen Schranken sowie Ausgangsgrößen zusammengefasst. Zusätzlich sind in Abbildung D.3 die wesentlichen Optimierungsvariablen und Restriktionen dargestellt.

Tab. 5.4: Eingangs- und Ausgangsgrößen des Optimierungsprozesses (Bezeichnungen nach Abbildung D.3)

Variable	Eingangsgrößen		Ausgangsgrößen		
	Schranken [cm]		Variable	Einheit	Funktion
	$x_{L,i}$	$x_{U,i}$			
t_{Schott}	2	10	V	[m ³]	Zielfunktion
t_1	1	10	$\sigma_{I,Schott}$	[N/mm ²]	Restriktion
t_2	1	10	$\sigma_{I,Schale}$	[N/mm ²]	Restriktion
c	5	25	$\sigma_{I,krag}$	[N/mm ²]	Restriktion
h_{quer}	2	15	$\sigma_{I,quer}$	[N/mm ²]	Restriktion
b_{quer}	2	15	v_z	[cm]	inakt. Restr.

Sensitivitätsanalyse mittels MOP und Voroptimierung

Insgesamt sind für das Grundmodell zwölf Variablen, bestehend aus sechs *input*- und

sechs *output*-Größen, definiert. Gemäß Gleichung 4.27 ist eine Mindestanzahl von $N = 24$ ($2 \cdot (6 + 6)$) Stützstellen mittels *Latin-Hypercube Sampling* für das Metamodell zu generieren. Da dies jedoch die Mindestanzahl für lineare Probleme darstellt, die bereits für den einfachen Fall eines Einfeldträgersystems (vgl. Kapitel 4.5) als zu gering angesehen wurde, wird Gleichung 4.27 modifiziert:

$$N = 3(n_i + n_o) \quad (5.7)$$

Dadurch erhöht sich die Stützstellenanzahl im Falle des Grundmodells zu $N = 36$. Auch für nachfolgende Optimierungsaufgaben wird die modifizierte Gleichung zur Bestimmung der Stützstellenanzahl genutzt. Dies stellt im Rahmen dieser Arbeit einen guten Kompromiss zwischen Rechenaufwand und Modellgüte dar.

Die Auswertung des *Samplings* ist in Abbildung 5.14 als grafische Umsetzung der linearen Korrelationsmatrix C_{xx} dargestellt. Die symmetrische Matrix ist in ihrer Diagonalen vollkorreliert, während sich die *input-input*-Teilmatrix dadurch auszeichnet, dass zwischen unterschiedlichen Variablen keine Korrelation besteht. Dies kann als eine qualitativ hinreichend genaue Abdeckung des globalen Entwurfsraums durch das *Sampling* gedeutet werden. Graue Felder in der *input-output*-Teilmatrix (bzw. *output-input*-Teilmatrix) deuten auf keine lineare Korrelation und auch auf einen geringen *CoP* (vgl. Abbildung 5.15) hin. Auffällig ist, dass für die zwei Eingangsgrößen der Schalendicke t_1 und t_2 bereits ein dominanter, positiver bzw. negativer, linearer Einfluss auf verschiedene Systemantworten festgestellt werden kann. Diese Abhängigkeit kann mithilfe der *CoP*-Matrix bekräftigt werden. Anhand der *output-output*-Teilmatrix können erwartungsgemäß positive Korrelationen zwischen den Spannungen untereinander – Ausnahme bildet die Spannung im Schott – und zwischen Spannungen und Verformungen identifiziert werden. Ihr Einfluss auf das Volumen korreliert negativ.

Für die Optimierung von wesentlicher Bedeutung ist der Zusammenhang zwischen den Eingangs- und den Ausgangsgrößen, welcher sich mithilfe des *Coefficient of Prognosis (CoP)* beurteilen lässt. Dieser beschreibt die Auswirkung eines Metamodells mit reduzierten Eingangsvariablen auf die Systemantworten. Die Prognosefähigkeit ($0 \leq CoP \leq 1$) ist als *CoP*-Matrix in Abbildung 5.15 gegeben. Die dafür zugrunde liegenden Metamodelle sind in Abhängigkeit der zwei jeweils wesentlichen Variablen in Abbildung D.4 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Schalendicken t_1 und t_2 maßgeblichen Einfluss auf fast alle Systemantworten haben. Lediglich die Hauptnormalspannung im Schott $\sigma_{I, Schott}$ ist erwartungsgemäß deutlich von der Schottdicke t_{Schott} abhängig. Die Geometrie der äußeren

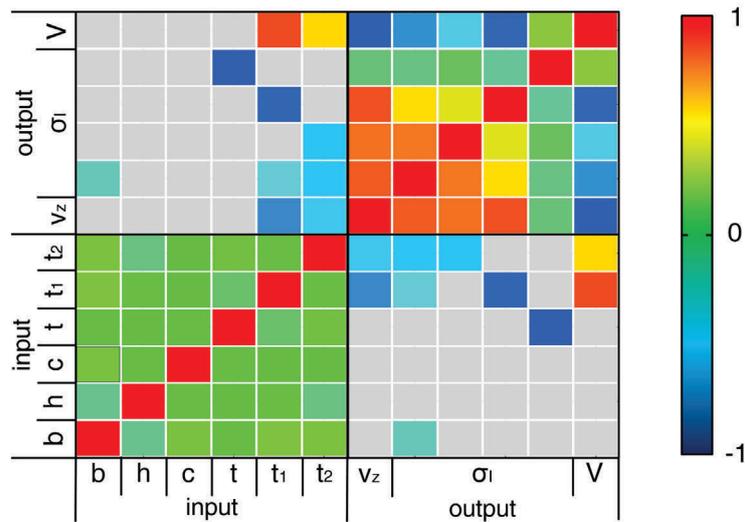


Abb. 5.14: Lineare Korrelationsmatrix C_{xx} am Grundmodell

Queraussteifung (h_{quer} und b_{quer}) beeinflusst zwar die Spannung in der Quersteife, wird jedoch auch hier durch den Anteil der Schalendicke bei der Prognosefähigkeit dominiert. Der Höhe der Queraussteifung h_{quer} kann ebenfalls ein geringer Einfluss auf die Spannungen in den Randauskragungen nachgewiesen werden. Die Auskragungslänge c wird vollständig herausgefiltert. Das heißt, es kann anhand des Metamodells keine Variationen der Systemantworten durch diese Variable erklärt werden, sodass diese für eine Voroptimierung auf funktionaler Ebene des *MOP* nicht berücksichtigt wird. Insgesamt zeigen sich totale Prognosefähigkeiten der Systemantworten mittels Metamodellen mit reduzierten Eingangsvariablen fast durchgängig von $> 90\%$ für jegliche Systemantworten. Somit ist eine gute Vorhersagewahrscheinlichkeit durch das *MOP* zu erwarten.

Die Ergebnisse der Voroptimierung auf Ebene des Metamodells sind in Tabelle 5.5 zusammengefasst. Die Entwicklung der Zielfunktion ist in Abbildung D.5 und die optimalen Eingangsgrößen mit den zugehörigen Restriktionen sind als funktionale und numerische Vergleichswerte in Abbildung D.6 dargestellt. Wie bereits bei der Parameterstudie angenommen, beschreibt der optimale Entwurf eine Parabolschale, welche sich vom Scheitel zur Randauskragung verjüngt. Während die meisten Eingangsvariablen Werte innerhalb ihrer vorgegebenen Schranken annehmen, besitzen die äußeren Querversteifungen ihre maximal vorgegebene Höhe von $h_{quer} = 15\text{ cm}$. Die Länge der Randauskragung wurde nicht innerhalb des Optimierungsalgorithmus berücksichtigt und konstant mit $c = 25\text{ cm}$ angesetzt. Die maßgebenden Restriktionen auf Ebene des *MOP* sind dabei die Hauptnormalspannung in der Schale $\sigma_{I,Schale}$ und in der Randauskragung $\sigma_{I,krag}$, welche beide

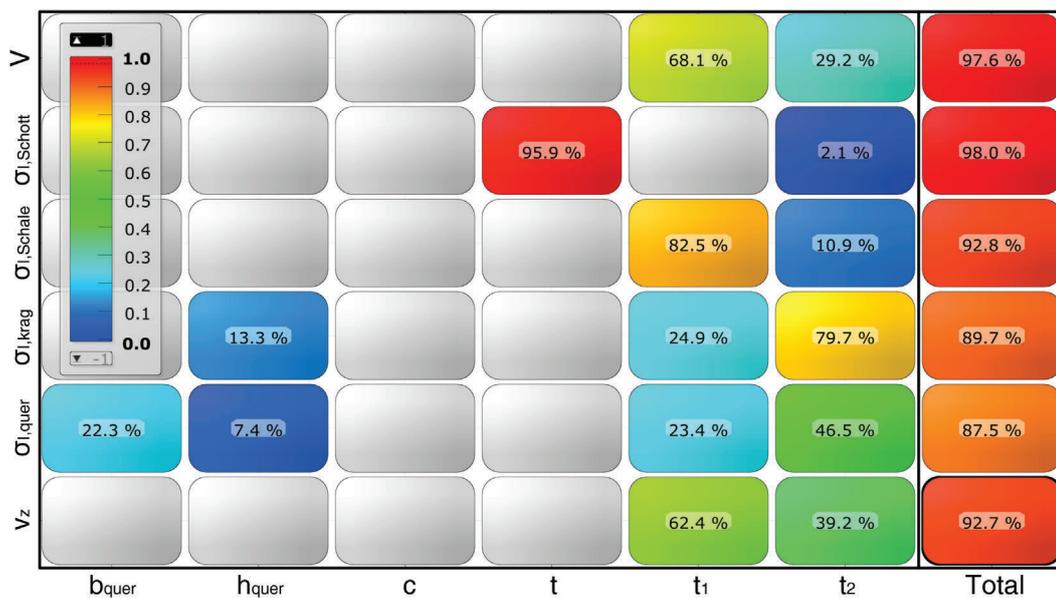


Abb. 5.15: CoP-Matrix für das Grundmodell

mit $6,20 \text{ N/mm}^2$ voll ausgenutzt sind. In der Vergleichsrechnung auf numerischer Ebene zeigt sich jedoch, dass die Spannungsrestriktion für die Schale nicht eingehalten werden kann, während gleichzeitig in der Randauskragung noch Spannungsreserven vorhanden sind. Insgesamt liegen die Abweichung zwischen den Ergebnissen auf funktionaler und numerischer Ebene im Bereich $< 5,5\%$, was die anhand der CoP-Werte vermutete gute Approximation bekräftigt. Ausnahme bilden die Hauptnormalspannungen in den äußeren Queraussteifungen $\sigma_{i,quer}$ mit Differenzen von ca. 18% . Dies kann auf den niedrigsten Wert der Prognosefähigkeit innerhalb der CoP-Matrix zurückgeführt werden. Eine Vergleichsrechnung anhand des numerischen Modells sollte also immer erfolgen, um einerseits die Metamodellqualität und andererseits die Einhaltung der Restriktionen zu überprüfen.

Eine Analyse der Wirksamkeit für den optimalen Entwurf – trotz nicht eingehaltener Spannungsrestriktion in der Schale – ist in Abbildung 5.16, die zugehörigen Verformungen und Winkelfehler sind in Abbildung D.7 gegeben. Aufgrund der geringen Schalendicke haben nun Windeinwirkungen einen erhöhten Einfluss, was eine größere Streuung des Winkelfehlers von bis zu $\sigma = 7,33 \text{ mrad}$ bewirkt. Auch der mittlere Winkelfehler hat sich im Vergleich zum konstanten Schalenmodell mit einer Dicke von $t_1 = t_2 = 6 \text{ cm}$ vergrößert, sodass für den Fall einer Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$, welcher auch hier der maßgebende Fall ist, keine volle Wirksamkeit mehr erreicht wird ($\eta = 0,99$). Zeitabhängige Verformungen und Verformungen aus Temperaturbeanspruchungen, sowie initiale Vorverformungen, welche ebenfalls berücksichtigt wurden, haben auch hier kaum

Einfluss auf die Streuung und die Genauigkeit.

Tab. 5.5: Ergebnis der Vorooptimierung auf Ebene des Metamodells (*MOP*) mit Vergleichsrechnung auf numerischer Ebene (*FEM*)

Eingangsgrößen			Ausgangsgrößen				
Variable		Einheit	Variable	<i>MOP</i>	<i>FEM</i>	Einheit	Funktion
t_{Schott}	5,06	[cm]	V	3,38	3,46	[m ³]	Zielfunktion
t_1	4,89	[cm]	$\sigma_{I,Schott}$	3,46	3,60	[N/mm ²]	Restriktion
t_2	1,78	[cm]	$\sigma_{I,Schale}$	6,20	6,42	[N/mm ²]	Restriktion
c	25,00	[cm]	$\sigma_{I,krag}$	6,20	5,86	[N/mm ²]	Restriktion
h_{quer}	15,00	[cm]	$\sigma_{I,quer}$	3,63	4,42	[N/mm ²]	Restriktion
b_{quer}	11,98	[cm]	v_z	1,71	1,73	[cm]	inakt. Restr.

Optimierung mithilfe der ARSM

Im nächsten Schritt der erweiterten Optimierungsstrategie auf Tragwerksebene (vgl. Abbildung 5.12) dient der optimale Entwurf auf Metamodellebene als Startentwurf der finalen Optimierung auf numerischer Ebene. Dabei sind alle Optimierungsvariablen, auch die innerhalb des *MOP* gefilterte Länge der Randauskrägung c , aktiv. Der finale, optimale Entwurf, welcher mithilfe des ARSM Optimierungsalgorithmus ermittelt wurde, ist in Tabelle 5.6 mit den zugehörigen Systemantworten zusammengefasst und in Abbildung D.9 dargestellt. Der Verlauf der Zielfunktion ist in Abbildung D.8 gegeben.

Tab. 5.6: Ergebnis der Optimierung mittels ARSM

Eingangsgrößen			Ausgangsgrößen			
Variable		Einheit	Variable	<i>MOP</i>	Einheit	Funktion
t_{Schott}	2,21	[cm]	V	3,23	[m ³]	Zielfunktion
t_1	4,80	[cm]	$\sigma_{I,Schott}$	6,20	[N/mm ²]	Restriktion
t_2	2,21	[cm]	$\sigma_{I,Schale}$	6,20	[N/mm ²]	Restriktion
c	20,96	[cm]	$\sigma_{I,krag}$	6,20	[N/mm ²]	Restriktion
h_{quer}	15,00	[cm]	$\sigma_{I,quer}$	6,20	[N/mm ²]	Restriktion
b_{quer}	6,61	[cm]	v_z	1,72	[cm]	inakt. Restr.

Eine wesentliche Verbesserung zum Optimalentwurf der Vorooptimierung ist, dass nun alle Restriktionen voll ausgenutzt sind, da in jeglichen Tragelementen die maximale Hauptnormalspannung vorherrscht. Die Eingangsvariablen, insbesondere die Schalendicken t_1

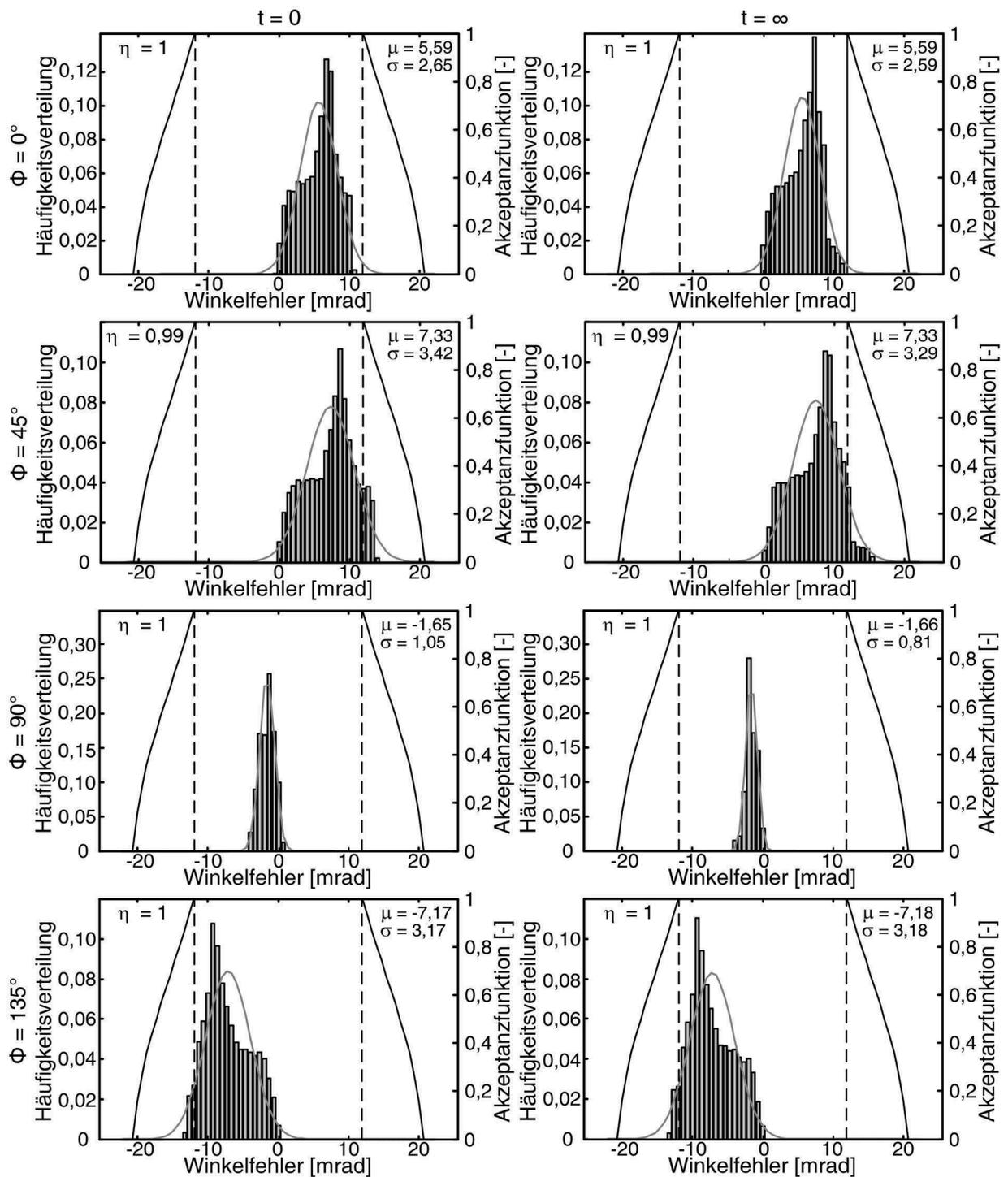


Abb. 5.16: Wirksamkeitsanalyse am optimalen Entwurf des Grundmodells mittels MOP

und t_2 unterschieden sich nicht wesentlich von der optimalen Lösung auf Basis des MOP. Lediglich die Schottdicke t_{Schott} und die Breite der äußeren Queraussteifung sind merklich

reduziert, was sich in einer eher geringen Volumenreduktion von vormals $3,46 \text{ m}^3$ bzw. $3,38 \text{ m}^3$ (*MOP*) auf nun $V = 3,23 \text{ m}^3$ bemerkbar macht, da das Volumen maßgeblich über die Schalendicke bestimmt wird. Auch die maximalen vertikalen Verformungen v_z unterscheiden sich kaum, was sich auch in den Wirksamkeitsanalysen am optimalen Entwurf der finalen Optimierung (Abbildung 5.17) verdeutlicht. Die Streuung σ und der Mittelwert μ sowie die Wirksamkeit η sind mit den Analysen für jede Kollektorauslenkung am optimalen Modell des *MOP* fast identisch. Dies lässt sich auf die ähnliche Schalendicke der beiden Optimierungsergebnisse, welche nachweislich (vgl. Abbildung 5.15) den größten Einfluss auf die Systemantworten haben, zurückführen.

Bewertung

Die Optimierung des Grundmodells mit konstantem, einwandigem Querschnitt hat gezeigt, dass eine sich zum Rand hin verjüngende Schale die optimale Struktur für die geforderten Restriktionen ist. Das Ergebnis auf Metamodellebene als Vorooptimierung war dabei schon nah am finalen Optimalentwurf auf numerischer Ebene, was auf die gute Prognosefähigkeit – mit totalen *CoP* von meist über 90 % – zurückzuführen ist. Dennoch sind in der Vergleichsrechnung auf numerischer Ebene für den optimalen Entwurf des *MOP* nicht jegliche Restriktionen eingehalten. Bei Modellen, welche einen hohen numerischen Rechenaufwand erfordern, kann ein solcher Optimalentwurf jedoch manuell an die Restriktionen angepasst werden, um lange Rechenzeiten zu vermeiden. Im Rahmen dieser Arbeit dient der Entwurf aus der Vorooptimierung als Startentwurf für eine finale Optimierung auf numerischer Ebene mittels *ARSM*. Dabei konnte das Volumen, dessen Minimierung die alleinige Zielfunktion ist, weiter verringert werden. Auch Tragelemente, die vorher nicht voll ausgenutzt waren, sind nun an ihrer Beanspruchungsgrenze. Jedoch zeigen die ermittelten Wirksamkeiten für eine Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$ keine volle Solarstrahlenkonzentration, weder für das Modell der Vorooptimierung noch für den finalen Optimalentwurf. Auch für die anderen Auslenkungen treten große maximale Winkelfehler auf, sodass bei Überlagerung mit weiteren ungeplanten Winkelabweichungen, wie z. B. infolge von Nachführungsungenauigkeiten, höhere Wirksamkeitsverluste zu erwarten sind.

Primäre Zielfunktion ist die Minimierung des Volumens. Dieses entspricht für den finalen Optimalentwurf des Grundmodells $V = 3,23 \text{ m}^3$ und wird im Wesentlichen durch die Schalendicke – wie anhand der Prognosefähigkeit (vgl. Abbildung 5.15) oder auch des Metamodells (vgl. Abbildung D.4) zu erkennen – mit einer Stärke von $t_1 = 4,80 \text{ cm}$ und $t_2 = 2,21 \text{ cm}$ bestimmt. Eine weitere Reduktion des Volumens ist ohne eine Verletzung der Spannungsrestriktionen oder einhergehende Wirksamkeitsverluste für das Grundmo-

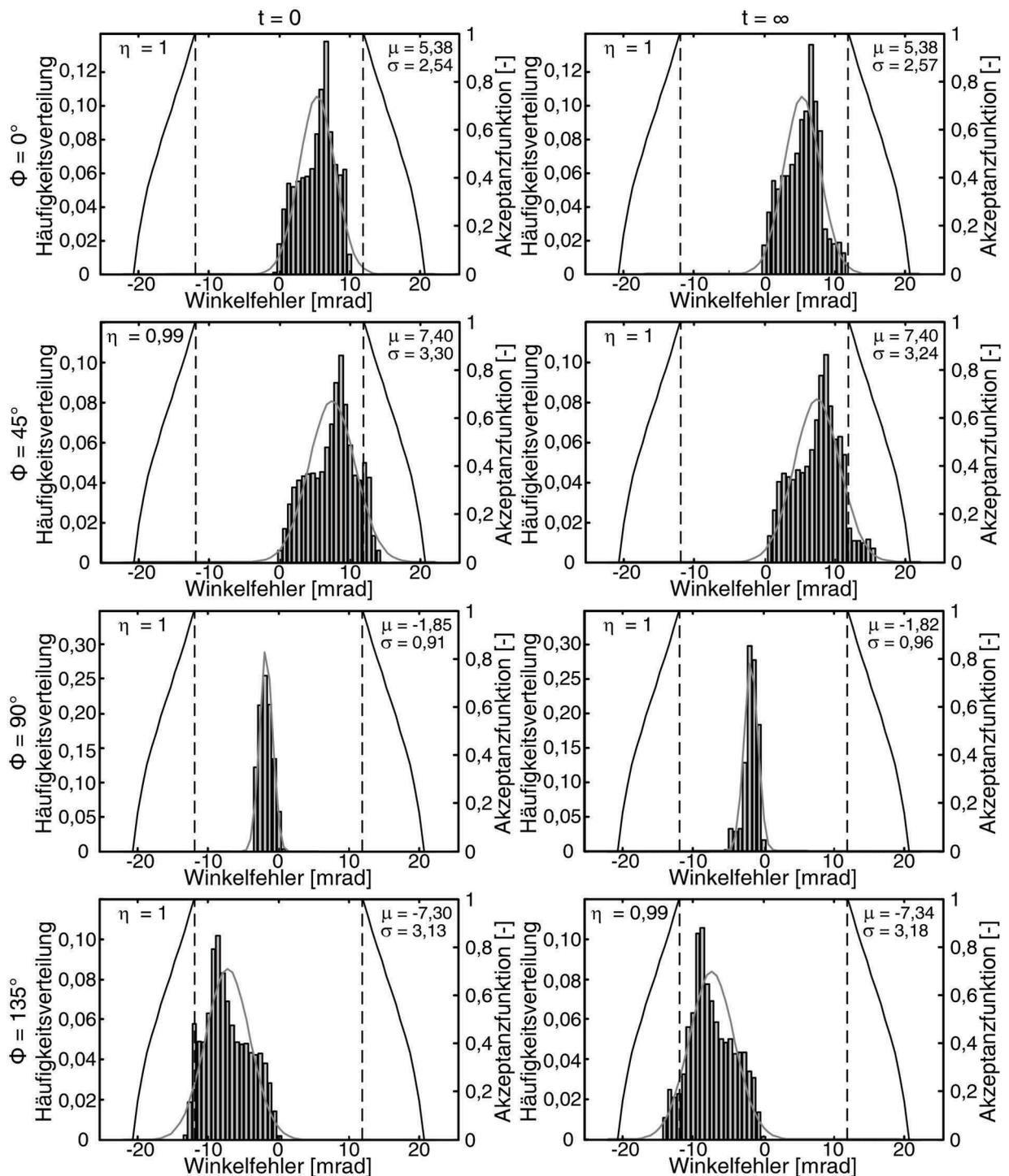


Abb. 5.17: Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Grundmodells

dell nicht möglich. Daher soll durch eine Anpassung auf konzeptioneller Ebene mittels kraftflussaffinen Aussteifungselementen weiteres Potenzial für eine Massenreduzierung

gewonnen werden. Ähnlich der Versteifung von Stahlblechen durch Sicken [142] werden verschiedene Aussteifungssysteme untersucht. Aufgrund von Zwangsbeanspruchungen in den seitlichen Ecken der Schale und dominierenden Biegespannungen in der Modulmitte, bieten sich diagonale Aussteifungskonzepte an. Die Optimierung verschiedener, entwickelter Konzepte ist im Folgenden wiedergegeben.

5.5.2 Aussteifungskonzepte

Die zu optimierenden Modelle sind Erweiterungen des Grundmodells mittels äußerer Verstärkungsrippen auf der Schalenunterseite. So wird keine zusätzliche Verschattung der Reflektorfläche erzeugt. Die Aussteifungen wurden dabei, wie bereits die Queraussteifungen, mit *solsh181*-Elemente im Finite-Elemente Programm ANSYS modelliert (vgl. Kapitel 5.2.2). Insgesamt wurden vier Modelle erstellt, welche grundsätzlich Varianten diagonalen Verstärkungskonzepte sind. Diese sind in Abbildung 5.18 als Finite-Elemente Modelle dargestellt. Sie unterscheiden sich in

- a) kreuzverbandartige Rippenverstärkung (KV),
- b) parallelgurtiger Kreuzverband (pKV),
- c) radialer Kreuzverband (rKV) und
- d) rautenförmige Verstärkung (RV).

Allen gemein ist die Primärversteifung als kreuzende Diagonalverstärkung. Die kreuzverbandartige Verstärkung definiert sich ausschließlich durch diese, während die übrigen Konzepte durch weitere Aussteifungsrippen unterstützt werden.

Aufgrund der zusätzlichen Elemente vergrößert sich der Variablenvektor der Eingangsgrößen um die Geometrien der zusätzlichen Aussteifungen l , welche mit konstantem Rechteckquerschnitt der Höhe h_{KVl} und der Breite b_{KVl} modelliert sind. Ferner muss auch in den aussteifenden Elementen die Spannungsrestriktion eingehalten werden, was auch hier durch die Beschränkung der ersten Hauptnormalspannung innerhalb der Aussteifungen $\sigma_{l,KV}$ sichergestellt wird. Die erweiterten Eingangsvariablen mit zugehörigen Schranken sowie Ausgangsgrößen sind in Tabelle 5.7 zusammengefasst. In Abbildung D.10 sind die wesentlichen Optimierungsvariablen und Restriktionen dargestellt.

Sensitivitätsanalyse mittels MOP

Aufgrund der Änderung des Entwurfsraums sowie mit der Einführung der zusätzlichen

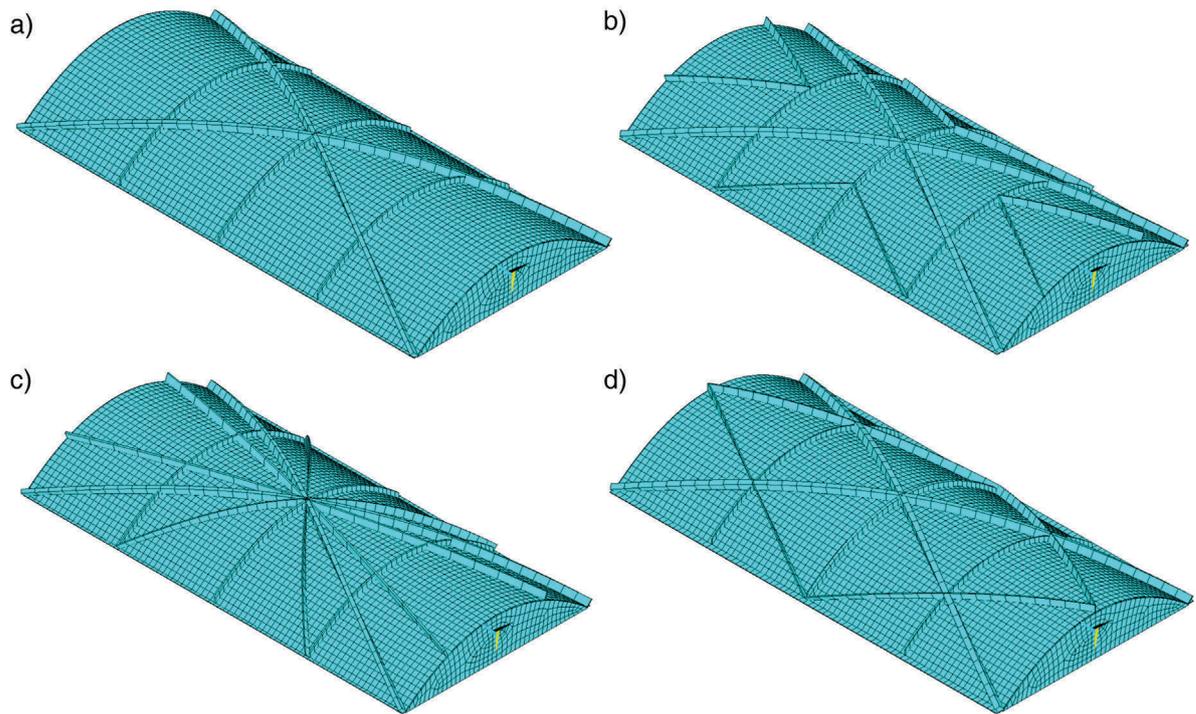


Abb. 5.18: Finite-Elemente Modelle der Parabolschalen mit unterschiedlichen Aussteifungskonzepten

Tab. 5.7: Erweiterte Eingangs- und Ausgangsgrößen des Optimierungsprozesses für Modelle mit zusätzlicher Aussteifung (Bezeichnungen nach Abbildung D.10)

Eingangsgrößen			Ausgangsgrößen			
Variable	Schranken [cm]		Modell	Variable	Einheit	Funktion
	$x_{L,i}$	$x_{U,i}$				
t_{Schott}	2	10	alle	V	[m ³]	Zielfunktion
t_1	1	10	alle	$\sigma_{I,Schott}$	[N/mm ²]	Restriktion
t_2	1	10	alle	$\sigma_{I,Schale}$	[N/mm ²]	Restriktion
c	5	25	alle	$\sigma_{I,krag}$	[N/mm ²]	Restriktion
h_{quer}	2	15	alle	$\sigma_{I,quer}$	[N/mm ²]	Restriktion
b_{quer}	2	15	alle	$\sigma_{I,KV}$	[N/mm ²]	Restriktion
h_{KV1}	5	25	alle	v_z	[cm]	inakt. Restr.
b_{KV1}	5	25	alle			
h_{KV2}	5	25	pKV, rKV, RV			
b_{KV2}	5	25	pKV, rKV, RV			
h_{KV3}	5	25	pKV, rKV			
b_{KV3}	5	25	pKV, rKV			

Spannungsrestriktion, sind nach Gleichung 5.7 erhöhte Stützstellen für die Generierung des Metamodells nötig. Die zur Generierung des *MOP* verwendete Anzahl ergibt sich zu:

$$N = \begin{cases} 45 & (\text{KV}) \\ 51 & (\text{RV}) \\ 57 & (\text{pKV, rKV}) \end{cases}$$

Die resultierenden Korrelationsmatrizen für die jeweiligen Systeme sind in Abbildung D.11 dargestellt. Für alle Modelle ist eine hinreichend genaue Abdeckung des Entwurfsraums anhand der *input-input*-Matrix festzustellen. Im Vergleich zum Grundmodell wird deutlich, dass die Schalendicken t_1 und t_2 zwar auch bei diesen Konzepten den dominanten Einfluss linearer Abhängigkeiten auf die Systemantworten besitzen, dieser jedoch zum Teil wesentlich geringer ausfällt. Die Spannung im Randschott wird auch bei Modellen mit äußeren Aussteifungen maßgeblich durch die Schotttdicke t_{Schott} beeinflusst. Auch den zusätzlichen Aussteifungen können lineare Abhängigkeiten zwischen einigen Systemantworten nachgewiesen werden, wobei stets die Primäraussteifung als kreuzverbandartige Diagonalrippen den dominanten Einfluss hat. Dies lässt sich auch an den jeweiligen *CoP*-Matrizen festmachen, welche in den Abbildungen D.12 bis D.15 dargestellt sind. Die zugehörigen Metamodelle der Systemantworten in Abhängigkeit der zwei jeweils maßgebenden Variablen sind in den Abbildungen D.16 bis D.19 zusammengefasst.

Die *CoP*-Matrizen für die einzelnen Modelle zeigen, dass das Volumen auch hier im Wesentlichen durch die Schalendicke bestimmt wird, jedoch nun auch andere Eingangsvariablen mehr Einfluss auf die Restriktionsgrößen besitzen. Insbesondere die Variation der Verformung, als Indikator für die Wirksamkeit, ist neben der Schalendicke auch durch die Variation der Querschnittswerte der zusätzlichen Aussteifungselemente erklärbar. Die Höhe der Primäraussteifung h_{KV1} hat dabei den maßgeblichen Anteil. Andere Eingangsgrößen, wie z. B. Breite und Höhe der Sekundäraussteifungen ($b_{KV2,3}$ und $h_{KV2,3}$), werden zum Teil für das gesamte *MOP* herausgefiltert und somit nicht für die Voroptimierung auf funktionaler Ebene genutzt. Ferner wird ersichtlich, dass die totale Prognosefähigkeit einzelner Systemantworten mittels Metamodell – im Vergleich zum Grundmodell – stark reduziert ist. Die Spannungsrestriktion der Randauskragung $\sigma_{I,krag}$ zeigt z. B. Prognosewerte von maximal 75 %. Aber auch der *CoP* für die Spannung in der Schale ist meist geringer, insbesondere für das Modell mit Kreuzverband bei einer Prognosefähigkeit durch das Metamodell von unter 50 %. Insgesamt werden für die übrigen Systemantworten Prognosefähigkeiten im Bereich von $80\% \leq CoP \leq 99\%$ erreicht, wobei das Volumen V und die

Spannung in den Endschotten $\sigma_{I,Schott}$ für alle Modelle die höchsten Prognosewerte CoP besitzen. Dennoch erweisen sich die CoP -Matrizen für die Aussteifungssysteme nicht als hinreichend genau, um auf dieser funktionalen Ebene der Metamodelle bereits Ergebnisse zu erhalten, welche mit einer optimalen Lösung auf numerischer Ebene vergleichbar sind.

Optimierung

Die Optimierung der jeweiligen Strukturen mit unterschiedlichen Aussteifungskonzepten teilen sich auch hier in eine Vorooptimierung auf Ebene des MOP – trotz teilweise geringen Prognosefähigkeiten – mittels $NLPQL$ -Methode und eine finale Optimierung auf numerischer Ebene mithilfe der ARSM, bei der der Optimalentwurf der Vorooptimierung als Initialentwurf genutzt wird, auf. Die Ergebnisse aller vier Modelle sowohl für die Optimierung mittels $NLPQL$ mit zugehöriger Vergleichsrechnung und das finale Design mittels ARSM sind in Tabelle 5.8 zusammengestellt. Ferner sind die Ergebnisse der Optimierungen in den Abbildungen D.20 bis D.23 dargestellt.

Wie anhand der CoP -Matrizen zu erwarten ist, zeigen sich bei der Vorooptimierung mittels $NLPQL$ teilweise große Differenzen zwischen den Lösungen auf Metamodellebene und der numerischen Vergleichsrechnung. Dies führt dazu, dass zum Teil mehrere Restriktionen bei einzelnen Modellen nicht eingehalten sind und somit eine manuelle Anpassung in einem sukzessiven Prozess mit erheblichen Mehraufwand erforderlich ist. Ausnahme bildet das Modell mit parallelgurtigem Aussteifungskonzept (pKV), bei dem in der Vergleichsrechnung alle Restriktionen eingehalten sind. Aber auch hier liegen zu große Differenzen zwischen den Lösungen vor, was ein deutliches Optimierungspotenzial offenbart. Daher wird auf eine Analyse der Wirksamkeit für die Optimalentwürfe auf Ebene des MOP verzichtet und nur für die finalen Optimalentwürfe durchgeführt.

Durch die zusätzlichen Aussteifungselemente reduziert sich die Schalendicke, sodass sie für manche Modelle bereits Werte der unteren Schranke annimmt. Dies spiegelt sich in einem reduzierten Volumen und einem somit verminderten Gesamtgewicht wieder. Dabei sind die Primäraussteifungen als die wesentlichen Verstärkungselemente auszumachen, welche in ihren Abmessungen die anderen dominieren. Das gilt sowohl für die Vorooptimierung als auch finale Optimierung. Dies kann insbesondere an der Höhe der Primäraussteifung festgemacht werden, welche für alle Systeme – zumindest für die finale Optimierung – den Maximalwert $h_{KV1} = 25$ cm annimmt. Die Sekundäraussteifungen besitzen entweder geringere Werte für Breite und Höhe – z. T. auch Minimalwerte – oder werden durch das MOP gefiltert, sodass sie innerhalb der Vorooptimierung als Konstante angesetzt werden. Die Queraussteifungen besitzen weitestgehend die gleichen Abmessun-

Tab. 5.8: Optimierungsergebnisse für die Aussteifungsmodelle

		Eingangsgrößen			Ausgangsgrößen					
		Var.	NLPQL	ARSM	Einheit	Var.	NLPQL		ARSM	Einheit
						MOP	FEM			
KV	t_{Schott}		2,59	2,69	[cm]	V	2,64	2,97	2,61	[m ³]
	t_1		1,01	2,36	[cm]	$\sigma_{I,Schott}$	6,20	7,62	6,20	
	t_2		3,65	1,18	[cm]	$\sigma_{I,Schale}$	5,63	6,02	6,20	
	c		13,08	21,34	[cm]	$\sigma_{I,krag}$	3,91	2,18	4,01	$\frac{N}{mm^2}$
	h_{quer}		15,00	15,00	[cm]	$\sigma_{I,quer}$	6,19	4,06	6,20	
	b_{quer}		14,35	7,49	[cm]	$\sigma_{I,KV}$	6,20	6,57	6,20	
	h_{KV1}		25,00	25,00	[cm]	v_z	1,08	1,03	1,06	[cm]
	b_{KV1}		12,40	10,56	[cm]					
pKV	t_{Schott}		3,13	2,91	[cm]	V	3,13	3,39	2,62	[m ³]
	t_1		3,43	1,75	[cm]	$\sigma_{I,Schott}$	6,20	5,60	6,18	
	t_2		1,00	1,42	[cm]	$\sigma_{I,Schale}$	6,20	5,81	6,20	
	c		25,00	12,54	[cm]	$\sigma_{I,krag}$	1,67	1,18	0,89	$\frac{N}{mm^2}$
	h_{quer}		14,95	15,00	[cm]	$\sigma_{I,quer}$	6,14	4,48	6,20	
	b_{quer}		12,09	7,49	[cm]	$\sigma_{I,KV}$	6,20	5,68	6,20	
	h_{KV1}		16,07	25,00	[cm]	v_z	1,07	1,07	1,03	[cm]
	h_{KV2}		18,98	7,41	[cm]					
	h_{KV3}		6,93	5,28	[cm]					
	b_{KV1}		16,01	12,2	[cm]					
	b_{KV2}		5,00	5,01	[cm]					
	b_{KV3}		15,00	8,57	[cm]					
rKV	t_{Schott}		2,63	2,78	[cm]	V	1,88	2,52	2,38	[m ³]
	t_1		1,00	1,51	[cm]	$\sigma_{I,Schott}$	6,20	6,87	6,20	
	t_2		1,00	1,00	[cm]	$\sigma_{I,Schale}$	6,20	8,20	6,20	
	c		24,68	10,16	[cm]	$\sigma_{I,krag}$	1,67	2,80	0,88	$\frac{N}{mm^2}$
	h_{quer}		13,64	15,00	[cm]	$\sigma_{I,quer}$	5,74	4,46	6,20	
	b_{quer}		11,98	6,09	[cm]	$\sigma_{I,KV}$	6,20	8,12	6,20	
	h_{KV1}		23,48	24,99	[cm]	v_z	1,20	1,60	1,15	[cm]
	h_{KV2}		20,00	17,45	[cm]					
	h_{KV3}		5,00	11,75	[cm]					
	b_{KV1}		10,07	10,19	[cm]					
	b_{KV2}		15,00	5,01	[cm]					
	b_{KV3}		5,00	5,01	[cm]					

Tab. 5.8: Optimierungsergebnisse für die Aussteifungsmodelle

		Eingangsgrößen			Ausgangsgrößen					
		Var.	NLPQL	ARSM	Einheit	Var.	NLPQL		ARSM	Einheit
						MOP	FEM			
RV	t_{Schott}		2,00	2,00	[cm]	V	2,38	2,79	2,30	[m ³]
	t_1		3,91	1,08	[cm]	$\sigma_{I,Schott}$	3,80	3,71	4,93	
	t_2		1,00	1,02	[cm]	$\sigma_{I,Schale}$	6,20	6,85	6,11	
	c		23,22	16,30	[cm]	$\sigma_{I,krag}$	1,33	2,95	1,49	$\frac{N}{mm^2}$
	h_{quer}		15,00	14,75	[cm]	$\sigma_{I,quer}$	6,20	4,79	6,17	
	b_{quer}		9,83	4,21	[cm]	$\sigma_{I,KV}$	6,20	7,37	6,20	
	h_{KV1}		5,62	25,00	[cm]	v_z	1,51	1,78	1,11	[cm]
	h_{KV2}		5,00	19,06	[cm]					
	b_{KV1}		10,83	16,78	[cm]					
	b_{KV2}		5,00	5,00	[cm]					

gen für die einzelnen Modelle und korrespondieren gut mit dem Grundmodell, da diese maßgeblich das Quersystem des Schalentragwerks verstärken, welches kaum durch die zusätzlichen Aussteifungselemente beeinflusst wird. Im Gegensatz dazu wird jedoch das Längssystem durch die Aussteifungselemente maßgeblich verstärkt. Das wird anhand der reduzierten Randauskragung c deutlich, welche neben der Schalendicke die alleinige Längsverstärkung des Grundmodells ist. Dieser Einfluss ist insbesondere anhand der Spannungsrestriktion in der Randauskragung $\sigma_{I,krag}$ erkennbar, welche nun von jeglichen anderen Spannungsrestriktionen dominiert wird. Die finalen Optimalentwürfe zeigen für fast alle Modelle eine meist komplette Ausnutzung der einzelnen Tragelemente. Ausnahme bildet die Randauskragung. Das bedeutet, dass zumindest an einer Stelle des jeweiligen Tragelements die maximale Spannung erreicht wird, während andere Bereiche weniger stark ausgenutzt sind. Es handelt sich somit nicht um ein *fully stressed design* [126], also ein Modell, welches in jeglichen Bereichen die gleiche (Maximal-)Spannung innehat.

Bewertung

Im Vergleich zum einwandigen Grundmodell kann für jegliche Aussteifungssysteme sowohl ein vermindertes Volumen V als auch eine geringere Durchbiegung v_z festgestellt werden, was eine Annäherung an die mehrkriterielle Zielsetzung einer massenminimierten Tragstruktur mit großer Steifigkeit entspricht. Da jedoch die Durchbiegung lediglich ein Indikator hinsichtlich der optischen Wirksamkeit ist, wurden für alle Versteifungssysteme die Oberflächenverformungen mit resultierendem Winkelfehler der Solarstrahlenabweichung ermittelt. Zusätzlich wurden die Wirksamkeiten für die Zeitpunkte $t = 0$ und $t = \infty$

für die unterschiedlichen Kollektorauslenkungen und die daraus resultierenden Beanspruchungen bestimmt (Abbildungen D.24 bis D.31).

Es zeigt sich, dass für fast alle Aussteifungskonzepte und für beide Zeitpunkte die maximale Wirksamkeit $\eta = 1$ erreicht wird. Zum Teil treten Winkelfehler auf, die größer sind als der *Akzeptanzhalbwinkel* θ_1 , was eine Verminderung der Wirksamkeit zur Folge hat. Die Verminderungen sind aber meist so gering, dass eine quasi volle Wirksamkeit $\eta \approx 1$ nachgewiesen wird. Ausnahme bildet das radial verstärkte Modell (rKV), welches eine Wirksamkeit $\eta < 1$ für eine Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$ zum Zeitpunkt $t = 0$ aufweist. Für den Zeitpunkt $t = \infty$ ist, aufgrund des gutmütigen Verhaltens der Kriech- und Schwindverformungen, wiederum rechnerisch die volle Wirksamkeit erreicht. Die Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$ zeigt auch die größte Streuung σ des Winkelfehlers und damit einhergehend auch die betragsmäßig maximalen Winkelfehler für alle Konzepte. Der maximale, mittlere Winkelfehler μ resultiert jedoch aus einer Kollektorauslenkung von $\Phi = 135^\circ$, da sich hier die Eigengewichtsverformungen mit den Windlasten überlagern und so zu einer kontinuierlichen Verkrümmung der Parabolchalenoberfläche führen. Jedoch sind die Windlasten wegen den niedrigeren Druckbeiwerte $c_{p,net}$ vergleichsweise gering, sodass keine maximalen Winkelfehler für die Auslenkung auftreten. Die Auswertungen für die Kollektorauslenkungen von $\Phi = 0^\circ$ und 90° haben stets geringere Winkelfehler.

Im Vergleich mit der Wirksamkeitsanalyse am Optimalentwurf des Grundmodells kann festgestellt werden, dass im Wesentlichen der mittlere Winkelfehler erheblich – teilweise um mehr als 4 mrad – reduziert wurde, was auch an der verminderten maximalen Verformung deutlich wird. Jedoch hat sich die Streuung in Form der Standardabweichung σ für einige Modelle erhöht, sodass es die dargestellten hohen Winkelfehler und auch eine Wirksamkeitsreduktion zur Folge hat.

Eine vergleichende Gegenüberstellung der Optimalentwürfe ist im Folgenden gegeben.

5.5.3 Gegenüberstellung der Optimierungsergebnisse

Die wesentlichen Ergebnisparameter der optimalen Entwürfe der vier Aussteifungskonzepte, zusätzlich im Vergleich mit dem Grundmodell (GM), sind in Tabelle 5.9 gegeben. Für Parameter, welche durch die Kollektorauslenkung bedingt sind, ist eine Auslenkung von $\Phi = 45^\circ$ zugrunde gelegt und als Zeitpunkt wird $t = 0$ gesetzt. Die Winkelfehler und die daraus resultierende Genauigkeit sind in Abbildung 5.19 dargestellt.

Tab. 5.9: Gegenüberstellung der Optimalentwürfe ($\Phi = 45^\circ$, $t = 0$)

Modell	Zielfunktion		Verformung v_z [cm]	Genauigkeitsanalyse		
	Volumen V [m ³]	Masse m [t]		η	μ [mrad]	σ [mrad]
GM	3,23	8,40	1,72	0,99	7,40	3,30
KV	2,61	6,59	1,06	1,00	3,27	2,39
pKV	2,62	6,61	1,03	1,00	3,34	2,45
rKV	2,38	6,01	1,15	0,99	3,88	3,34
RV	2,30	5,80	1,11	$\approx 1,00$	3,98	3,53

Das Gesamtgewicht der Modelle konnte im Vergleich zum Grundmodell auf ca. 70 – 80 % reduziert werden. Dabei zeigten die Modelle mit einfacher Diagonalaussteifung (KV) und mit parallelgurtiger Aussteifung (pKV) das geringste Einsparpotenzial der Gesamtmasse. Für die Modelle mit radialem Aussteifungskonzept (rKV) und rautenartiger Verstärkung (RV) kann eine größere Volumenreduktion ausgemacht werden. Das ist auf die dünne Schalendicke zurückzuführen, welche für diese Modelle z. T. ihre untere Schranke erreicht. Jedoch wird hier keine volle Wirksamkeit mehr erreicht, da aufgrund der geringeren Steifigkeit der Schale neben den Eigenlasten Effekte aus Windbeanspruchungen einen erhöhten Einfluss auf die Verkrümmung der Schalenoberfläche haben. Dies lässt sich auch mithilfe der größeren mittleren Winkelfehlern μ und der erhöhten Streuungen σ als auch anhand der Verformungen v_z belegen. Für die Modelle KV und pKV sind die Aussteifungskonzepte nicht hinreichend ausgeprägt, um die Parabolschale zu entlasten. Dadurch ist zur Einhaltung der Spannungsrestriktion eine größere Schalendicke erforderlich, welche unweigerlich die Masse beeinflusst. Mit der daraus resultierenden größerer Steifigkeit der Schale wird die volle Wirksamkeit erreicht, was sich insbesondere durch einen geringen mittleren Winkelfehler zeigt. Dadurch wirken sich auch ungewollte Winkelfehler, wie z. B. aufgrund fehlerhafter Sonnennachführung, nicht zwangsweise wirksamkeitsmindernd aus, da kein bzw. ein marginaler Anteil der Winkelabweichung der Solarstrahlen nicht im Bereich $\leq \theta_1$ liegt, welcher die konservative Abgrenzung der optischen Wirksamkeitsabfrage darstellt.

Die wesentlichen Erkenntnisse der Optimierung für die Aussteifungskonzepte sind:

- Das Volumen wird maßgeblich durch die Schalendicke definiert.
- Durch äußere Verstärkungsrippen kann das Gesamtvolumen reduziert werden, während die Wirksamkeit – i. d. R. – erhöht wird.

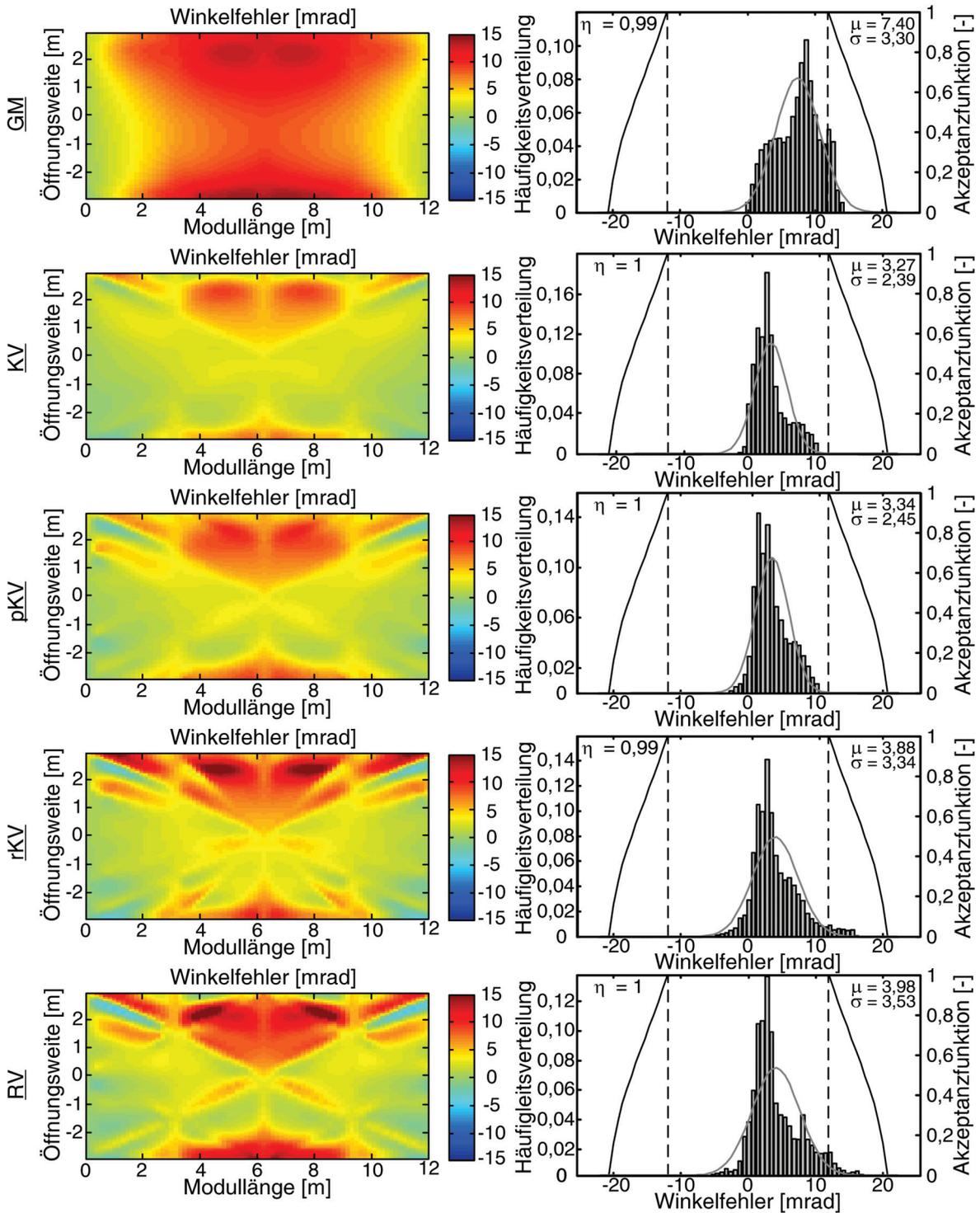


Abb. 5.19: Vergleich der Winkelfehler und resultierende Wirksamkeitsanalysen für die finalen Optimalentwürfe ($\Phi = 45^\circ, t = 0$)

- Eine Verstärkung mit diagonalem Aussteifungskonzept hat – neben der Schale – den größten Einfluss auf die Systemsteifigkeit.
- Dünne Schalendicken bewirken aufgrund der reduzierten Schalensteifigkeit größere Winkelfehler.

Fazit

Wirkungsvolle Aussteifungskonzepte weisen eine Primäraussteifung als kreuzverbandartige Verstärkungsrippen auf. Von den vier entwickelten Modelle mit Verstärkungsrippen haben drei Konzepte neben der Primäraussteifung zusätzlich sekundäre Verstärkungsrippen. Dabei kann für alle Modelle mit Aussteifungen sowohl ein geringeres Volumen als auch eine bessere Solarstrahlenkonzentration, d. h. eine höhere Wirksamkeit bzw. ein geringerer mittlerer Winkelfehler der reflektierten Strahlung, im Vergleich zum einwandigen Grundmodell nachgewiesen werden. Daher sind die rippenverstärkten Modelle dem einwandigen Grundmodell sowohl aufgrund des geringen Gewichts als auch der höheren Präzision vorzuziehen. Die Herstellung, sprich die Schalung und Bewehrungsführung, wird allerdings entsprechend aufwändiger.

Die Modelle mit kreuzverbandartiger Aussteifung (KV) und parallelgurtiger Verstärkung (pKV) erzielen für jegliche Kollektorauslenkungen, sowohl zum Zeitpunkt $t = 0$ als auch $t = \infty$, die volle Wirksamkeit. Im Vergleich mit anderen Aussteifungskonzepten besitzen sie jedoch eine größere Masse, was hinsichtlich einer Serienproduktion einer Vielzahl von Kollektormodulen einen erhöhten monetären Einsatz bei der Errichtung eines Solarfeldes bedeutet. Im Gegensatz dazu besitzen das rautenartig verstärkte Modell (RV) sowie das Modell mit radialer Verstärkung (rKV) bis zu 12 % weniger Masse (bzw. bis zu 31 % im Vergleich zum Grundmodell), jedoch kann bei diesen nicht durchgehend eine volle Wirksamkeit nachgewiesen werden. Zur eindeutigen Festlegung des am besten geeigneten Aussteifungskonzepts sind weitere Untersuchungen erforderlich.

Die maßgebenden Aussteifungskonzepte im Sinne der multikriteriellen Anforderung eines ressourcensparenden und formtreuen Tragwerks sind das Modell KV, welches das geringste Gewicht derjenigen Modelle voller Wirksamkeit besitzt, und das Modell RV, welches das geringste Gewicht jedoch mit marginalen Wirksamkeitsverlusten innehat. Anhand der Metamodelle konnte ein dominanter Einfluss der Schalendicken t_1 und t_2 auf die Systemsteifigkeit nachgewiesen werden. Daher kann davon ausgegangen werden, dass eine Erhöhung der Schalendicke eine Wirksamkeitssteigerung zur Folge hat, sodass durch eine Anpassung der Schalendicke des rautenartig verstärkten Modells eine verbesserte Solarstrahlenkonzentration erzielt wird.

Grundsätzlich treten Wirksamkeitsverluste lediglich für eine Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$ auf, während für die übrigen im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Auslenkungen meist große Wirksamkeitsreserven vorherrschen. Aufgrund der Sonnenachsführung ist die Beanspruchungssituation für die hier quasi-statisch idealisierten Auslenkungen zeitlich begrenzt. Die Wirksamkeitsverluste für die maßgebende Auslenkung sind somit nicht dauerhaft. Insbesondere unter der Berücksichtigung, dass die optische Wirksamkeit lediglich einen Anteil am gesamten Wirkungsgrad eines Kraftwerks ausmacht, wird der Optimalentwurf des Modells RV als das am besten geeignete der hier analysierten Aussteifungskonzepte angesehen.

6 Schlussfolgerungen und Ausblick

6.1 Schlussfolgerungen

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Optimierungskonzept entwickelt, welches in Anlehnung an eine hierarchische Strukturoptimierung mehrere Betrachtungsebenen berücksichtigt und maßgeblich auf Konzept- und Tragwerksebene mithilfe verschiedener Optimierungsstrategien angewendet wurde. Erst bei in Serie hergestellten Bauteilen bzw. Tragwerken lohnt sich eine strukturoptimierte Auslegung, da sich das Einsparpotenzial am einzelnen Bauteil durch die Serienfertigung aufsummiert. Daher wurde in dieser Arbeit das entwickelte Optimierungskonzept am Beispiel von Parabolschalen als Solarkollektoren, welche erst in Reihe zu Kollektoren und dann zu Solarfeldern zusammengefasst werden, angepasst. Ferner werden hohe Anforderungen an die Formtreue der Reflektoroberfläche zur Sicherstellung der optischen Wirksamkeit gestellt, wodurch das Optimierungsproblem die gegenläufige Zielsetzungen eines Tragwerks mit minimalem Gewicht aber größtmöglicher Steifigkeit darstellt.

Diese multikriterielle Problemstellung wurde aufgelöst, indem eine Genauigkeitsüberprüfung der Solarstrahlenkonzentration als ausgelagerte Restriktion die Zielfunktion einer geforderten maximalen Steifigkeit ersetzt. Dies erfolgte durch ein hergeleitetes Wirksamkeitskriteriums in Abhängigkeit des Winkelfehlers der Solarstrahlung. Dabei konnte gezeigt werden, dass die maßgeblichen Wirksamkeitsverluste aus Mikroverformungen resultieren, welche eine hohe Welligkeit der Oberfläche hervorrufen, während langwellige Verformungen der Reflektorfläche, d. h. kontinuierliche Makroverformungen, kaum Einfluss auf die optische Wirksamkeit von Parabolrinnen besitzen. Dies konnte mithilfe von entwickelten autokorrelierten Zufallsfeldern, welche als herstellungsbedingte Vorverformungen angesetzt wurden, nachgewiesen werden.

Die Optimierungsstrategie auf konzeptioneller Ebene beruht auf einer initialen Zusammenführung von Tragstruktur und formtreuer Reflektoroberfläche zu einer Parabolschale,

welche die wesentliche Tragmechanismen von Tonnenschalen adaptiert. Zudem wirken lokale Verstärkungsmaßnahmen großen Deformationen und Verwölbungen der schlanken Struktur entgegen. Essentiell ist die Lagerung im Schalenschwerpunkt, um tordierende Beanspruchungen aus Eigenlasten auszuschließen. Mithilfe dieses Grundmodells konnte in einer Parameterstudie nachgewiesen werden, dass die Beanspruchungen, die sich maßgeblich auf die Verformungen auswirken, aus Eigen- und Windlasten resultieren. Temperaturbeanspruchungen sowie Schwindverformungen, welche, wie konstante Temperaturdifferenzen, ein Zusammenziehen (bzw. Aufweiten) des Parabolschalenquerschnitts bewirken, haben kaum Einfluss auf die Solarstrahlenkonzentration. Zeitabhängige Verformungen infolge des Kriechprozesses sind als eine Erhöhung der elastischen Dehnung aus Dauerlast definiert. Aufgrund der Sonnennachführung stellt sich eine veränderlichen Spannungsgeschichte unter Eigenlasten im Tragwerk ein. Auf Basis linearer Viskoelastizität wurde ein Kriechverhältnisbeiwert abgeleitet, der im Bezug auf eine Grenzfallauslenkung die mittlere elastische Dehnung eines Tagesgangs bestimmt. Somit ist es rechnerisch möglich mit entsprechender Steuerung des Kollektors in sonnenlosen Zeiten Kriechverformungen komplett zu eliminieren. Aber auch bei einer Auslenkung in nächtlicher Schutzposition haben Kriechverformungen keinen wesentlichen Einfluss auf die Wirksamkeit.

Auf Tragwerksebene basiert die Optimierungsstrategie auf einem Dimensionierungskonzept, welches maßgeblich durch einen abgeminderten Anteil der zentrischen Zugfestigkeit beschränkt ist und somit einen Verbleib des Tragwerks im ungerissenen Zustand sicherstellt. Dadurch wird das Materialverhalten in der numerischen Simulation hinreichend genau durch einen linear-elastischen Ansatz abgebildet. Das Dimensionierungskonzept beruht auf der Analyse verschiedener Beanspruchungsszenarien, welche durch den Betriebs- sowie Starkwindzustand definiert sind. Dabei konnte der Betriebszustand mit einer Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$ als dominante Beanspruchungssituation identifiziert werden und in den iterativen Optimierungsprozess auf numerischer Ebene integriert werden. Mit Erhöhung der Freiwerte wurde der Optimierungsprozess um eine Voroptimierung auf Basis von sensitivitätsbasierten Metamodellen (*Metamodell Optimaler Prognosefähigkeit*) erweitert, welche die wesentlichen Variablen anhand des Einflusses auf entsprechende Systemantworten identifiziert und eine Voroptimierung auf funktionaler Ebene erlaubt.

Anhand der Prognosefähigkeiten der Optimierungsvariablen auf die Systemantworten wurde nachgewiesen, dass die Schalendicke den wesentlichen Einfluss besitzt. Insbesondere das Volumen ist maßgeblich durch die Dicke der Schale geprägt. Zur Minimierung des Eigengewichts wurden daher Aussteifungskonzepte als Rippenverstärkung auf der Parabolschalenrückseite angeordnet und im Rahmen des erweiterten Optimierungspro-

zesses untersucht. Die Aussteifungen orientieren sich primär an diagonal kreuzenden Verstärkungsrippen, für die – neben der Schalendicke – ein wesentlicher Einfluss auf die Systemsteifigkeit anhand der Prognosefähigkeit nachgewiesen werden konnte. Auswertungen der finalen Optimalentwürfe der verschiedenen Modelle haben gezeigt, dass eine Massenreduzierung von 20 – 30 % im Verhältnis zum einwandigen Grundmodell erreicht und dabei meist eine volle optische Wirksamkeit für fast alle Modelle nachgewiesen wird. Insgesamt hat sich der mittlere Winkelfehler im Vergleich zum einwandigen Grundmodell verringert, jedoch weisen die Modelle mit zusätzlichen Verstärkungen auch größere Streuungen der Winkelfehler aufgrund der dünneren und verzerrungsanfälligeren Schale auf. Da in der Regel eine reduzierte Wirksamkeit lediglich für eine zeitlich begrenzte Kollektorauslenkung von $\Phi = 45^\circ$ besteht, wird eine rautenartige Verstärkung im Rahmen dieser Arbeit als am besten geeignetes Aussteifungssystem angesehen, da hier eine maximale Volumenreduzierung erzielt wird und gleichzeitig die volle Wirksamkeit nur unwesentlich ($\eta \approx 1$) und zeitlich begrenzt nicht erreicht wird.

6.2 Ausblick

Das hergeleitete Optimierungskonzept kann auf beliebige Tragstrukturen des konstruktiven Ingenieurbaus ausgeweitet werden, wobei sich insbesondere Strukturen mit der multikriteriellen Problemstellung maximaler Steifigkeit bei minimalem Gewicht anbieten. Grundsätzlich sind dies Serienbauteile mit hohem Anspruch an Präzision, wie sie bereits bei Maschinenbetten aus Hochleistungsbeton (z. B. [129]) gefordert sind. Aber auch alternative Reflektorstrukturen, z. B. Heliostate von solaren Turmkraftwerken, bieten sich an. Dazu eröffnet sich folgender Forschungsbedarf zur Anpassungen bzw. Erweiterungen der Optimierungsstrategien und der spezifischen Randbedingungen:

- Einbindung der Topologieoptimierung in die konzeptionelle Ebene zur Identifikation von Strukturen maximaler Systemsteifigkeit
- Integration der Wirksamkeitsanalyse in die numerische Ebene der Optimierungsstrategie auf Tragwerksebene mithilfe von fiktiven Verformungsansätzen
- Sukzessive Vergrößerung des Freiwerteraums und somit Erhöhung der Optimierungsvariablen im interaktiven Prozess mit der konzeptionellen Auslegung
- Erweiterung des Optimierungskonzepts auf Detailebene mittels geeigneten Strukturoptimierungsstrategien

A Anhang

A.1 Mathematische Grundlagen und Herleitungen

Kurvenlänge

Länge s einer Kurve der Funktion $f(x)$ in den Grenzen $[a, b]$:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \quad (\text{A.1})$$

Herleitung der Akzeptanzfunktion nach [15]

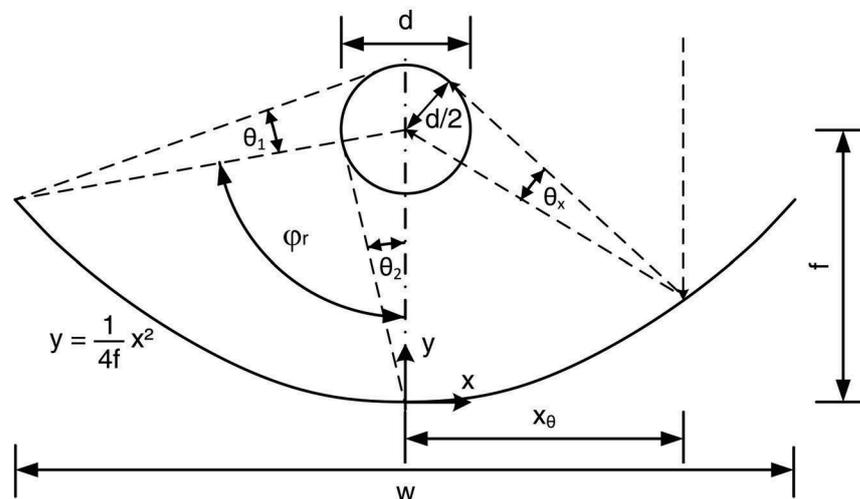


Abb. A.1: Geometrische Beziehung zur Herleitung der Akzeptanzfunktion einer Parabolrinne mit zylindrischem Receiver

Nach Abbildung A.1 ist der Winkel θ_x als maximale Strahlaufweitung eines Solarstrahls parallel zur Symmetrieachse der Parabel definiert, sodass für jeden Winkel θ gilt:

$$|\theta| < \theta_x, \text{ mit: } \sin \theta_x = \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + (f - y)^2}} = \frac{d}{2f \left[1 + \left(\frac{x}{24} \right)^2 \right]} \quad (\text{A.2})$$

Je weiter außen die Solarstrahlen auf die Parabel treffen, desto kleiner wird der Winkel θ_x . Somit ist der größtmögliche Winkel θ_1 nach Gleichung A.2 an der Stelle $x = w/2$. Weiterhin kann der Öffnungswinkel φ_r ermittelt werden mit:

$$\sin \varphi_r = \frac{w/2}{f - \frac{1}{4f} (w/2)^2} \quad (\text{A.3})$$

Damit kann der Winkel θ_1 auch in Abhängigkeit des Öffnungswinkels und des Konzentrationsgrads C (Gleichung 2.8) ausgedrückt werden:

$$\sin \theta_1 = \frac{\sin \varphi_r}{C} \quad (\text{A.4})$$

Im Umkehrschluss ist im Scheitel der Parabel der größtmögliche Winkel θ_2 für den theoretisch – dieser Bereich liegt im Schatten des Absorberrohrs – die hier reflektierte Strahlung das Receiverrohr tangential trifft.

$$\sin \theta_2 \approx \frac{d}{2f} \quad (\text{A.5})$$

Im restlichen Bereich der Parabel von $-x_\theta$ bis x_θ gilt die Winkelakzeptanz $x_\theta/(w/2)$. Wobei gilt:

$$x_\theta = 2f \left(\frac{d}{2f \sin \varphi_r} - 1 \right)^{1/2} \quad (\text{A.6})$$

Um weiterhin eine Akzeptanzfunktion nur in Abhängigkeit des Öffnungswinkels und des Konzentrationsgrads auszudrücken, wird folgende Beziehung eingeführt:

$$\frac{w}{4f} = \tan \frac{\varphi_r}{2} \quad (\text{A.7})$$

Somit kann die Akzeptanzfunktion f_{PT} für Parabolrinnen mit zylindrischem Receiver

hergeleitet werden zu:

$$f_{PT}(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{für } |\theta| < \theta_1 \\ \cot \frac{\varphi_r}{2} \left(\frac{2 \tan(\frac{\varphi_r}{2})}{C\theta} - 1 \right)^{1/2} & \text{für } \theta_1 < |\theta| < \theta_2 \\ 0 & \text{für } |\theta| > \theta_2 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

$$\text{mit: } \theta_1 = \frac{\sin \varphi_r}{C}$$
$$\theta_2 = \frac{2 \tan \frac{\varphi_r}{2}}{C}$$

Dabei wird der Konzentrationsgrad, wie für Parabolrinnenkollektoren üblich, als hoch genug betrachtet, so dass $\sin \theta$ durch θ für $|\theta| < \theta_2$ ersetzt wird.

A.2 Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators

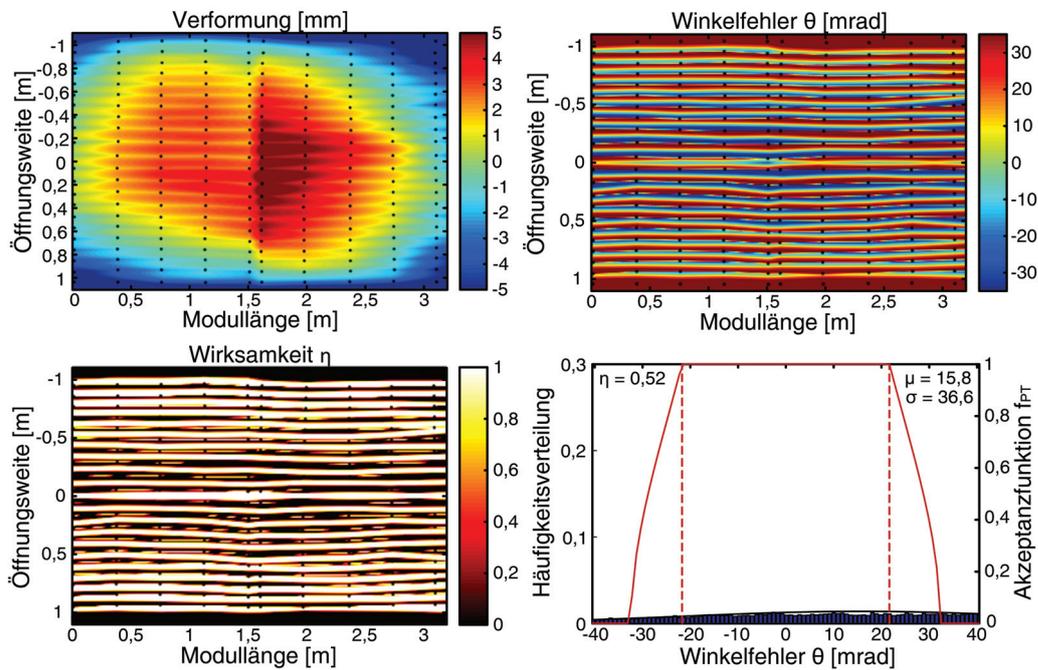


Abb. A.2: Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators mittels linearer Approximation

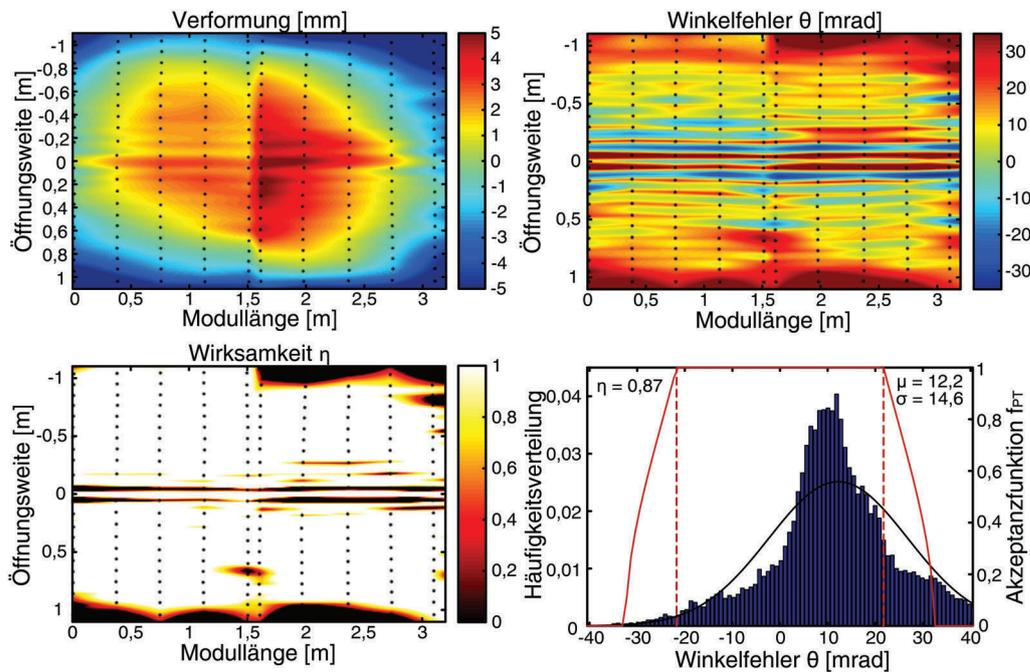


Abb. A.3: Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators mittels *pchip* Approximation

B Anhang

B.1 Windeinwirkungen

Dichte- und Verteilungsfunktion der Gumbel-Verteilung

$$\text{Dichtefunktion: } f(x) = \alpha e^{-\alpha(x-\mu)} e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}} \quad (\text{B.1})$$

$$\text{Verteilungsfunktion: } F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}} \quad (\text{B.2})$$

mit: $\mu = \bar{x} - \frac{\gamma}{\alpha}$ Modalwert, markiert das Maximum der Verteilungsdichte
 $\alpha = \frac{\pi}{\sigma_x \sqrt{6}}$ Dispersion, Maß für die Streuung
 $\gamma = 0,577216$ Eulersche Konstante

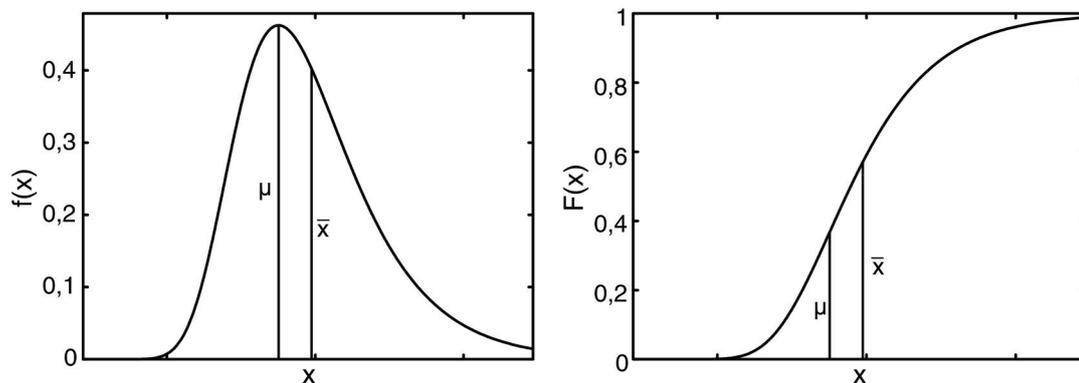


Abb. B.1: Dichte- und Verteilungsfunktion der Gumbel-Verteilung

BEAUFORT-Skala

Tab. B.1: Windstärken nach BEAUFORT-Skala

Wind- stärke	Bezeichnung	Geschwindigkeit v [m/s]	Staudruck q [N/m ²]	Wirkung (an Land)
0	Windstille	0 – 0,2	0 – 0,03	Keine Luftbewegung, Rauch steigt senkrecht empor
1	leiser Zug	0,3 – 1,5	0,06 – 1,4	Kaum merklich, Rauch treibt leicht ab
2	leichte Brise	1,6 – 3,3	1,6 – 6,8	Blätter rascheln, Wind im Gesicht spürbar
3	schwache Brise	3,4 – 5,4	7,2 – 18,2	Blätter und dünne Zweige bewegen sich
4	mäßige Brise	5,5 – 7,9	18,9 – 39,0	Zweige bewegen sich, loses Papier wird vom Boden gehoben
5	frische Brise	8,0 – 10,7	40,0 – 71,6	Größere Zweige und Bäume bewegen sich
6	starker Wind	10,8 – 13,8	72,9 – 119,0	Dicke Äste bewegen sich
7	steifer Wind	13,9 – 17,1	120,8 – 182,8	Bäume schwanken, Widerstand beim Gehen
8	stürmischer Wind	17,2 – 20,7	184,9 – 267,8	Große Bäume werden bewegt, Zweige bre- chen ab
9	Sturm	20,8 – 24,4	270,4 – 372,1	Äste brechen, Ziegel werden von Dächern gehoben
10	schwerer Sturm	24,5 – 28,4	375,2 – 504,1	Bäume werden ent- wurzelt, Häuser be- schädigt
11	orkanartiger Sturm	28,5 – 32,6	507,7 – 664,2	Heftige Böen, schwere Sturmschäden
12	Orkan	$\geq 32,7$	$\geq 668,31$	Schwere Sturmschä- den und Verwüstun- gen

C Anhang

C.1 Mathematische Grundlagen der Optimierung

Gradient:

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

Hesse-Matrix:

$$\mathbf{H}_f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Taylorreihe n -ter Ordnung:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n \quad (\text{C.3})$$

C.2 Sensitivitätsanalyse am Beispiel des Einfeldträgers

C.2.1 Validierung des numerischen Modells

Das Beispiel aus Kapitel 4.5 nach Abbildung 4.7 wurde im Programmsystem ANSYS mittels 2D-Schalenelementen vom Typ *shell181* [6] erstellt. Ein Benchmarktest mit einer konstanten Querschnittsabmessung von $b/h = 0,20/0,60$ m zur Validierung verschiedener Elementabmessungen ist in Abbildung C.1 gegeben. Es zeigt sich, dass die Größe der Elemente kaum Einfluss auf das numerische Ergebnis hat. Insbesondere die Spannung in Feldmitte stimmt nahezu exakt mit der analytischen Lösung überein. Bei den Verformung stellt sich ein geringfügig größerer Unterschied zwischen numerischer und analytischer Lösung ein, der aber für alle Elementabmessungen im zu vernachlässigbaren Bereich von $< 2\%$ liegt. Ein guter Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenzeit, welche insgesamt aufgrund des simplen Modells und des linear-elastischen Materialansatzes gering ausfällt, ist eine Elementgröße mit 15 cm Kantenlänge.

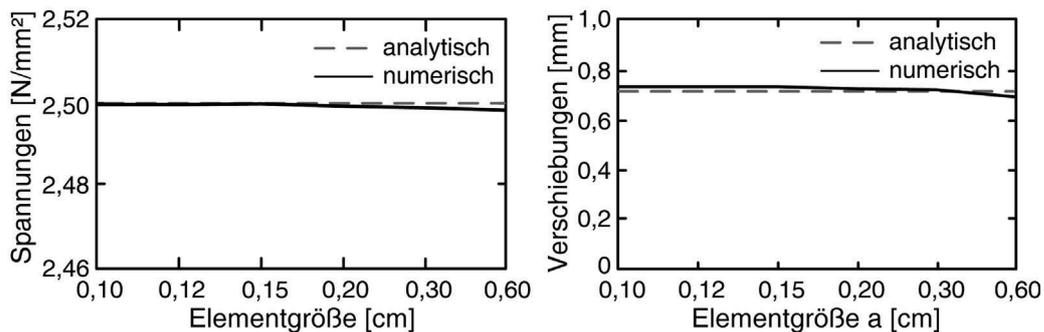


Abb. C.1: Vergleich der numerischen und analytischen Ergebnisse für unterschiedliche Elementabmessungen

C.2.2 Untersuchung der Korrelationsmatrizen für unterschiedliche Stützstellenanzahl

In Abbildung C.2 sind die linearen Korrelationsmatrizen in graphischer Form für unterschiedlich viele Stützstellen des *Latin-Hypercube Samplings* für das Beispiel nach Kapitel 4.5 dargestellt. Für eine geringe Anzahl an Stützstellen (10 Samples) zeigt sich in der input-input Teilmatrix eine nichtgewollte, leicht negative Korrelation zwischen der Breite b und

der Höhe h , welche mit steigender Samplinganzahl in einen gewünschten unkorrelierten Zustand übergeht. Qualitativ nähern sich die Korrelationsmatrizen mit steigender Stützstellenanzahl immer mehr der Matrix mit 50 Samples an, wobei das Ergebnis für 20 Samples bereits hinreichend genau erscheint und für die weitere Berechnung des MOP genutzt wird.

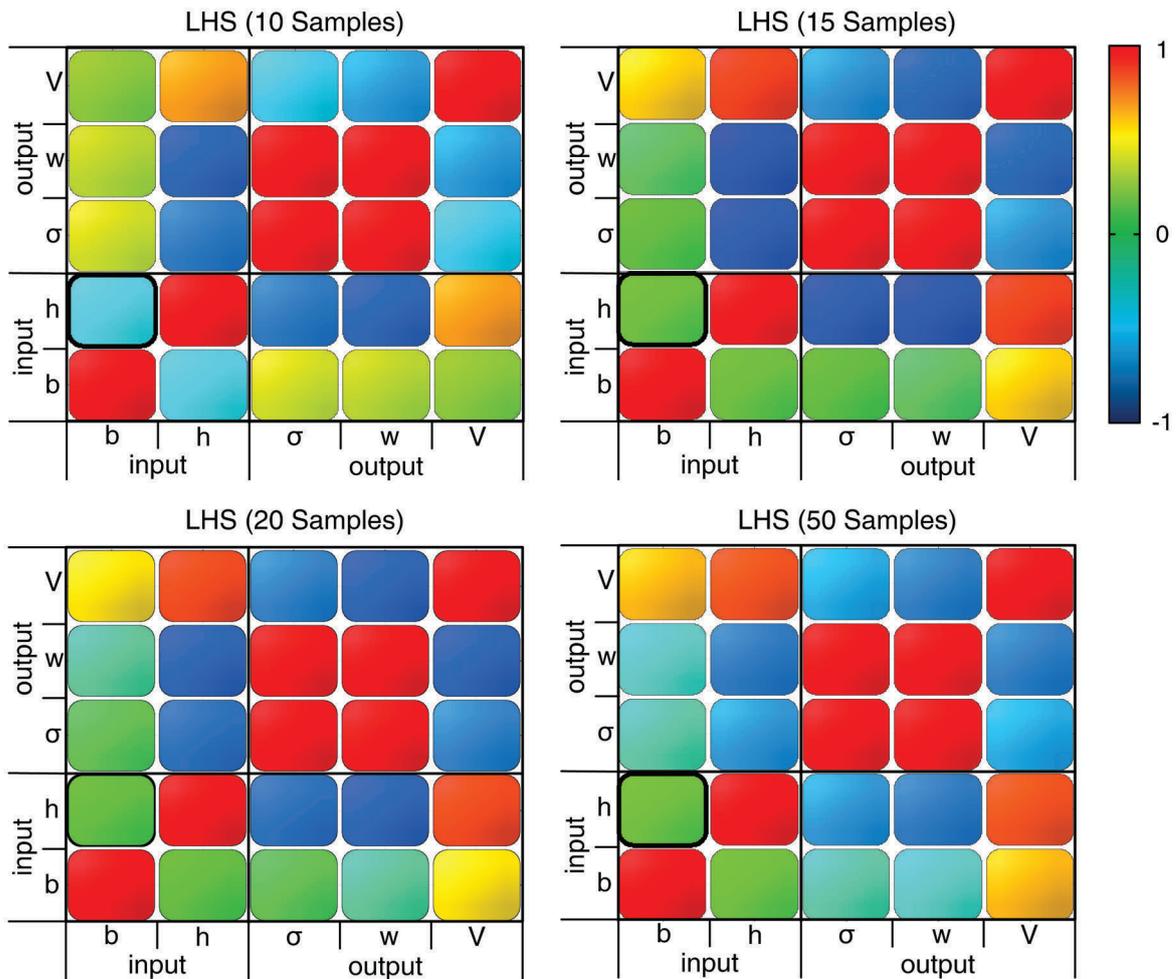


Abb. C.2: Vergleich der Korrelationsmatrizen C_{xx} für unterschiedliche *Latin-Hypercube Samplings* (LHS)

D Anhang

D.1 Finite-Elemente Modellierung

Einwirkungskombinationen

Tab. D.1: Einwirkungskombinationen und Widerstände mit (Sicherheits-)Beiwerten

LFK	Φ [°]	G_k	$Q_{k,W6}$	$Q_{k,W12}$	$Q_{k,T}$	f_{ct}
1	0	1,0	1,0	0	1,0	0,8
2	45	1,0	1,0	0	1,0	
3	90	1,0	1,0	0	1,0	
4	135	1,0	1,0	0	1,0	
5	90	1,0	0	1,0	0,5	0,8

Variation der Schalendicke am Grundmodell

Tab. D.2: Auswertung des Grundmodells mit konstanter Schalendicke $t_1 = t_2$

Schalendicke $t_1 - t_2$		2 – 2 cm				
Volumen V		2,25 m ³				
LFK #	v_{Schale} [cm]	σ_{Schale} [N/mm ²]	σ_{krag} [N/mm ²]	σ_{quer} [N/mm ²]	σ_{Schott} [N/mm ²]	$\alpha_{ct,plfct}$ [N/mm ²]
1	1,63	6,56	4,28	3,48	1,81	6,20
2	1,39	10,22	6,14	5,56	3,48	
3	0,74	4,48	2,52	2,03	2,40	
4	2,17	7,78	4,27	3,80	1,69	
5	2,72	10,18	4,54	4,94	4,13	
Schalendicke $t_1 - t_2$		4 – 4 cm				
Volumen V		3,76 m ³				
LFK #	v_{Schale} [cm]	σ_{Schale} [N/mm ²]	σ_{krag} [N/mm ²]	σ_{quer} [N/mm ²]	σ_{Schott} [N/mm ²]	$\alpha_{ct,plfct}$ [N/mm ²]
1	1,28	5,11	3,85	3,22	1,83	6,20
2	1,63	6,65	4,86	4,30	3,87	
3	0,45	3,50	2,44	1,73	3,31	
4	1,46	5,51	3,68	3,26	1,98	
5	1,45	5,72	3,30	3,22	4,69	
Schalendicke $t_1 - t_2$		6 – 6 cm				
Volumen V		5,26 m ³				
LFK #	v_{Schale} [cm]	σ_{Schale} [N/mm ²]	σ_{krag} [N/mm ²]	σ_{quer} [N/mm ²]	σ_{Schott} [N/mm ²]	$\alpha_{ct,plfct}$ [N/mm ²]
1	1,07	4,45	3,71	2,79	1,86	6,20
2	1,27	5,29	4,40	3,19	4,19	
3	0,36	3,19	2,43	1,41	4,02	
4	1,14	4,58	3,57	2,68	2,26	
5	1,00	4,17	2,87	2,11	2,19	

Tab. D.3: Auswertung des Grundmodells mit variabler Schalendicke t_1 und t_2

Schalendicke $t_1 - t_2$		4 – 2 cm				
Volumen V		3,18 m ³				
LFK #	v_{Schale} [cm]	σ_{Schale} [N/mm ²]	σ_{krag} [N/mm ²]	σ_{quer} [N/mm ²]	σ_{Schott} [N/mm ²]	$\alpha_{ct,plfct}$ [N/mm ²]
1	1,31	4,95	4,17	3,30	1,68	6,20
2	1,87	7,02	5,62	4,97	3,59	
3	0,56	3,70	2,57	2,17	2,88	
4	2,17	5,72	4,49	3,41	1,73	
5	1,90	6,62	3,81	4,15	4,31	
Schalendicke $t_1 - t_2$		6 – 2 cm				
Volumen V		4,10 m ³				
LFK #	v_{Schale} [cm]	σ_{Schale} [N/mm ²]	σ_{krag} [N/mm ²]	σ_{quer} [N/mm ²]	σ_{Schott} [N/mm ²]	$\alpha_{ct,plfct}$ [N/mm ²]
1	1,11	4,59	4,28	3,22	1,57	6,20
2	1,53	5,71	5,50	4,60	3,66	
3	0,47	3,44	2,80	2,34	3,23	
4	1,34	4,72	3,38	3,22	1,76	
5	1,46	5,06	3,53	3,68	4,45	
Schalendicke $t_1 - t_2$		6 – 4 cm				
Volumen V		4,68 m ³				
LFK #	v_{Schale} [cm]	σ_{Schale} [N/mm ²]	σ_{krag} [N/mm ²]	σ_{quer} [N/mm ²]	σ_{Schott} [N/mm ²]	$\alpha_{ct,plfct}$ [N/mm ²]
1	1,09	4,37	3,81	2,95	1,70	6,20
2	1,36	5,45	4,68	3,86	3,91	
3	0,40	3,25	2,59	1,78	3,61	
4	1,22	4,61	3,48	2,95	2,00	
5	1,16	4,49	3,06	2,81	4,81	

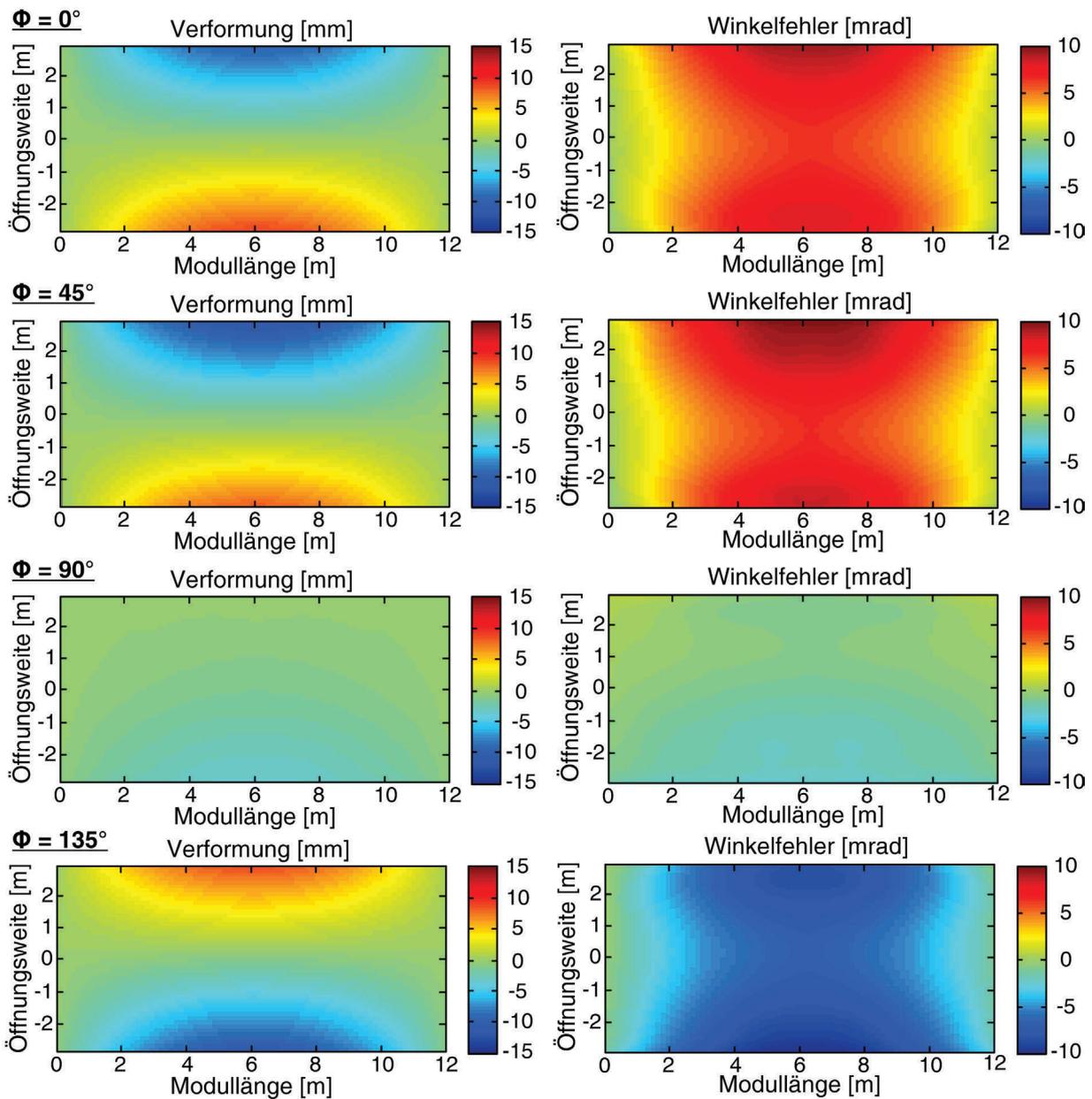


Abb. D.1: Verformungen und resultierende Winkelfehler am Grundmodell mit einer Schalendicke $t_1 = t_2 = 6$ cm zum Zeitpunkt $t = 0$

Einfluss der Beanspruchungen auf die Wirksamkeit des Grundmodells

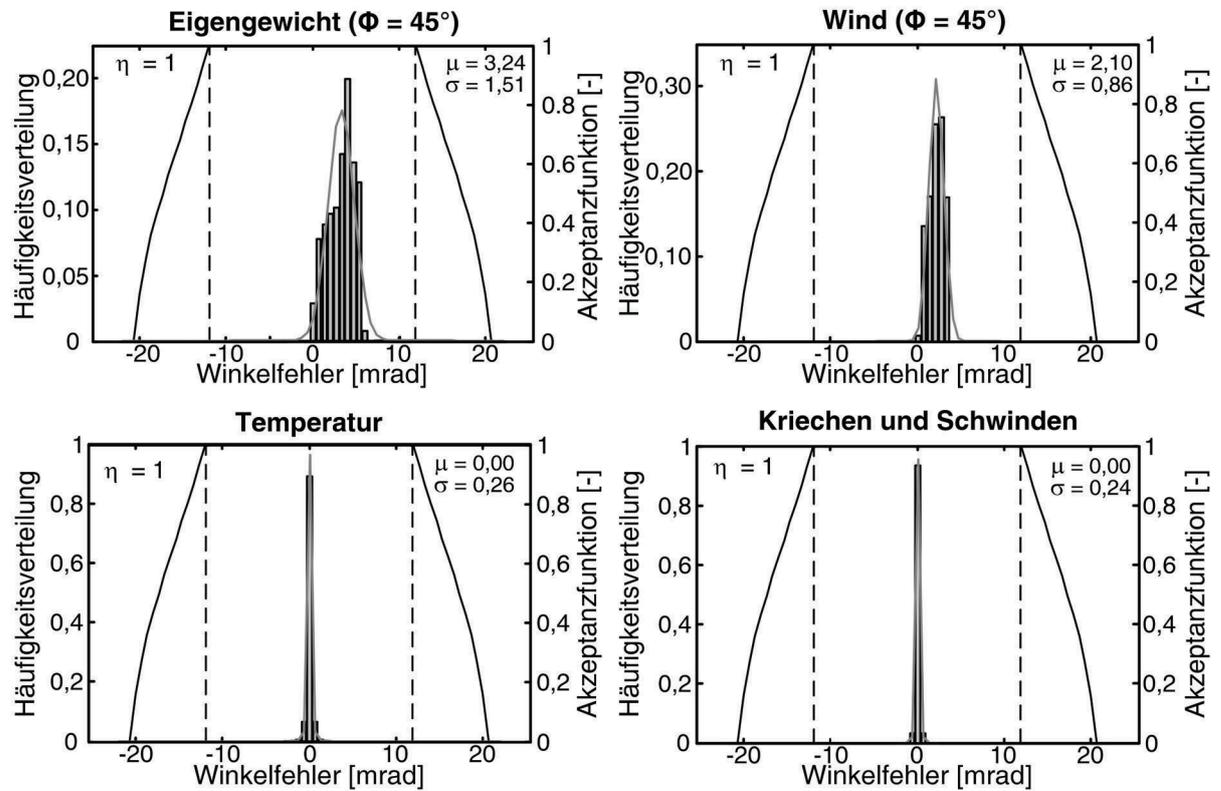
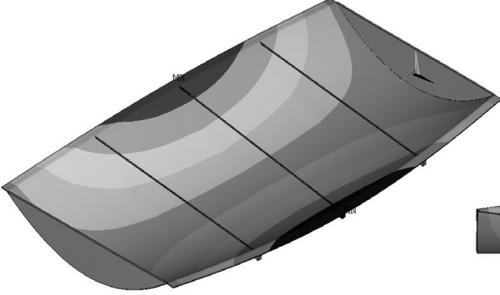
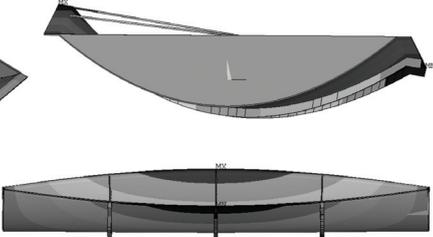
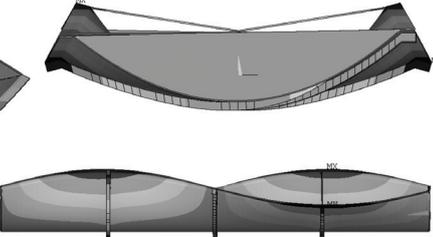
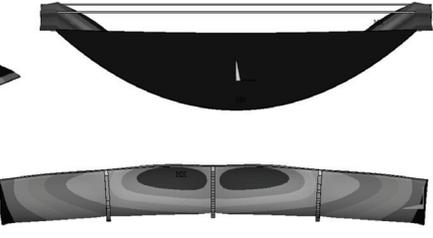
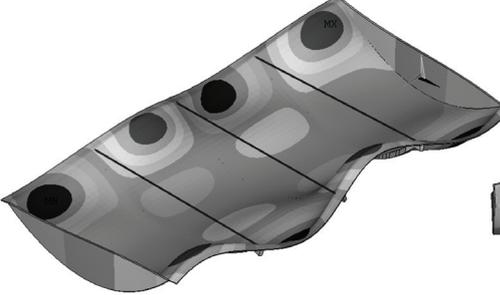
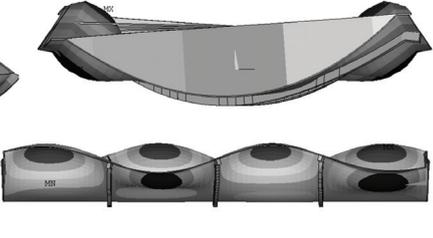


Abb. D.2: Vergleich der Wirksamkeit am Grundmodell mit $t_1 = t_2 = 6$ cm getrennt für Beanspruchungen aus Eigenlasten, Wind, Temperatur und Kriech- und Schwindprozessen

Schwingungsanfälligkeit des Grundmodells

Tab. D.4: Frequenzen für biege- und torsionsdominante Eigenformen des Grundmodells mit konstanter Schalendicke von $t_1 = t_2 = 2$ cm

Frequenz f [Hz]	Eigenformen	
3,71		
9,80		
14,08		
22,40		

D.2 Dokumentation und Ergänzungen der Optimierungsergebnisse

Grundmodell

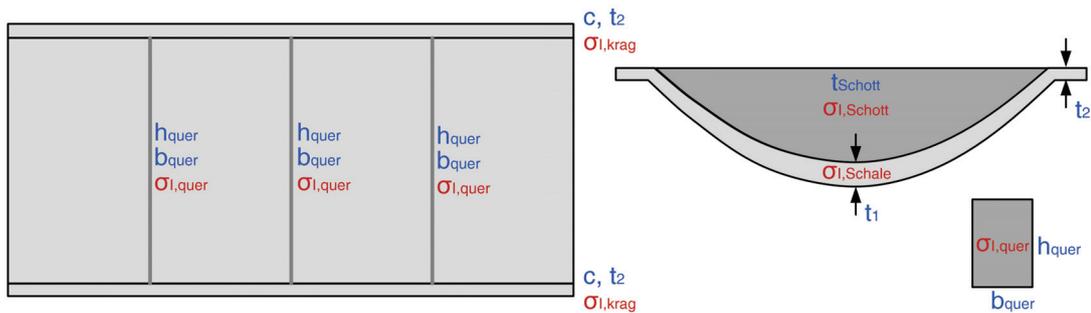


Abb. D.3: Optimierungsvariablen (blau) und Restriktionen (rot) des Grundmodells in Draufsicht und im Querschnitt

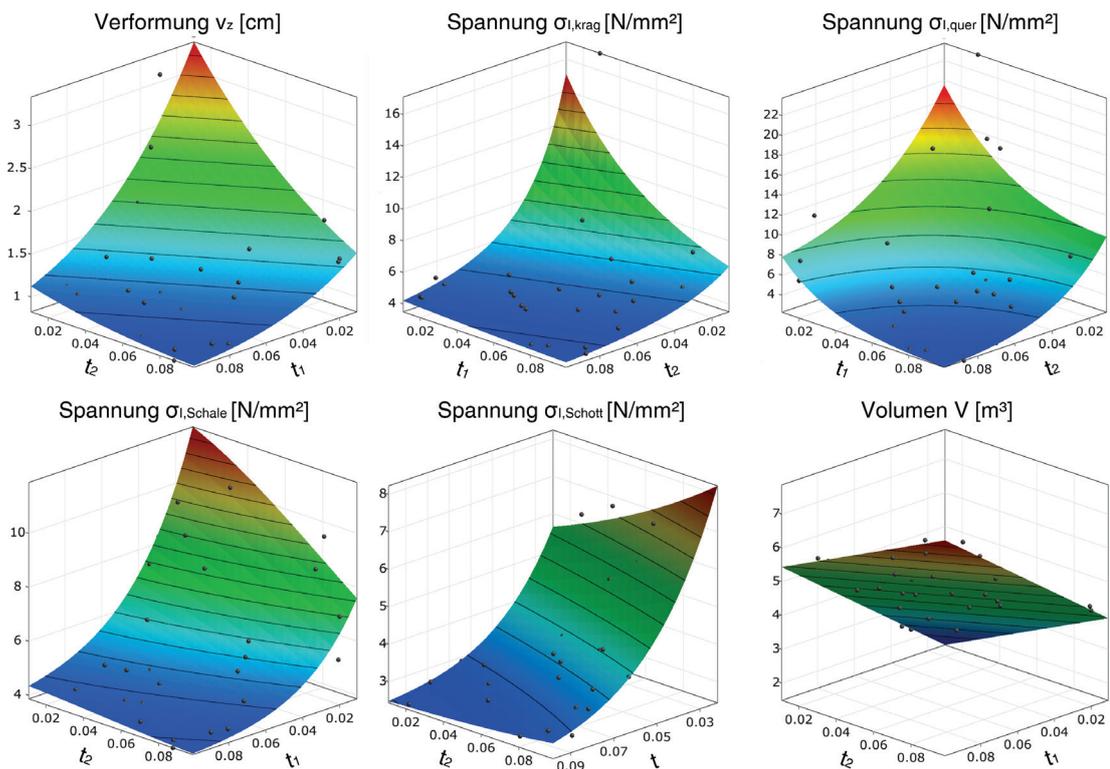


Abb. D.4: Ausgewählte Metamodelle des Grundmodells

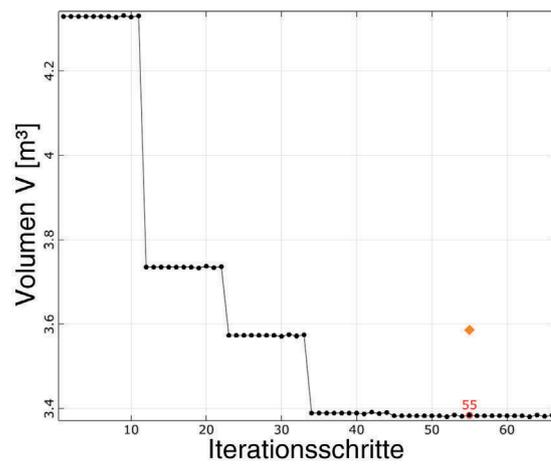


Abb. D.5: Entwicklung der Zielfunktion für das Grundmodell auf Basis des *MOP*

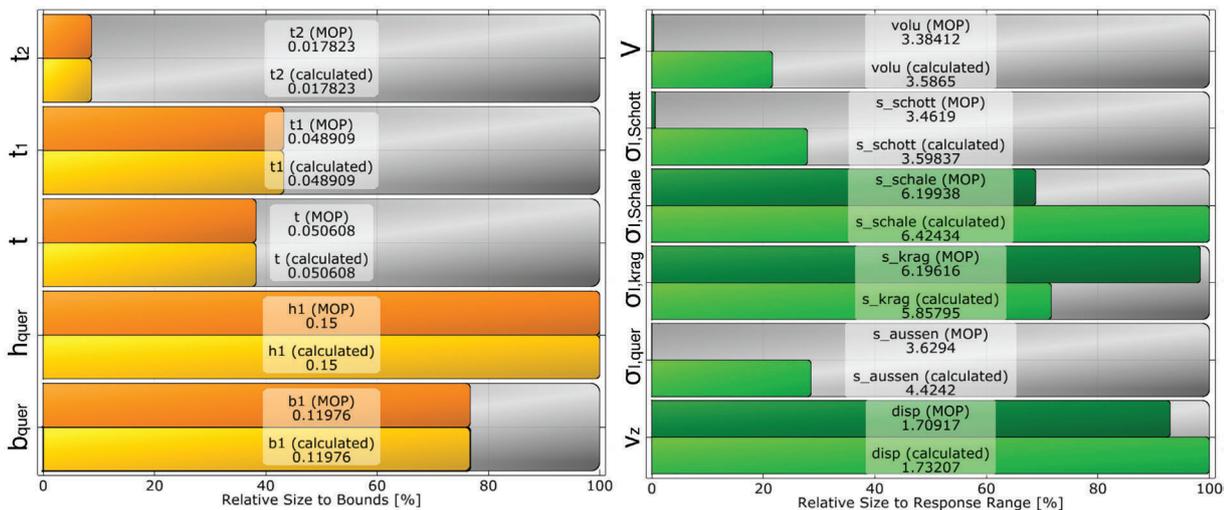


Abb. D.6: Ergebnisse des Optimierungsprozesses auf Ebene des *MOP* für das Grundmodell

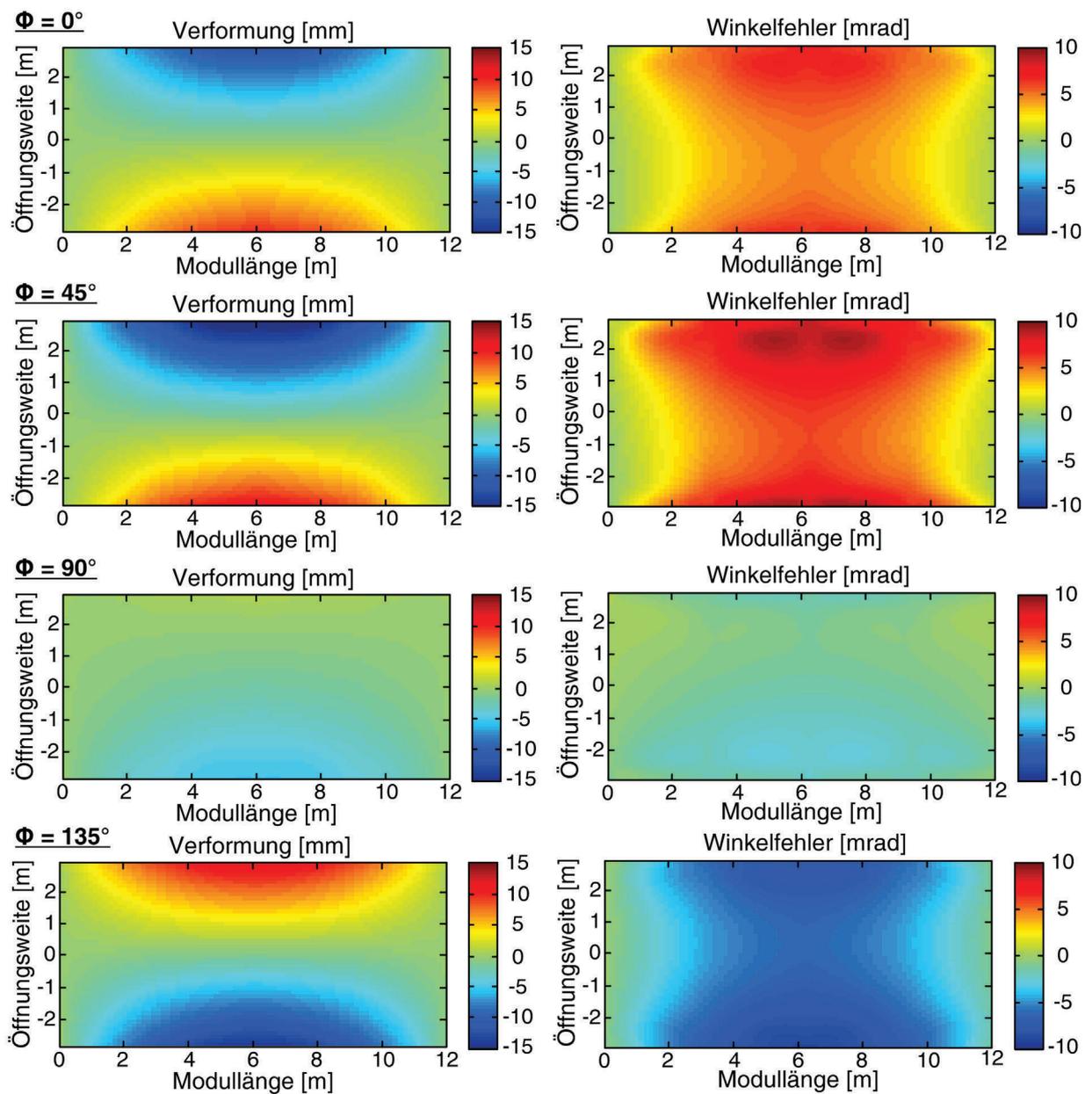


Abb. D.7: Verformungen und resultierende Winkelfehler für den optimalen Entwurf des Grundmodells mittels MOP

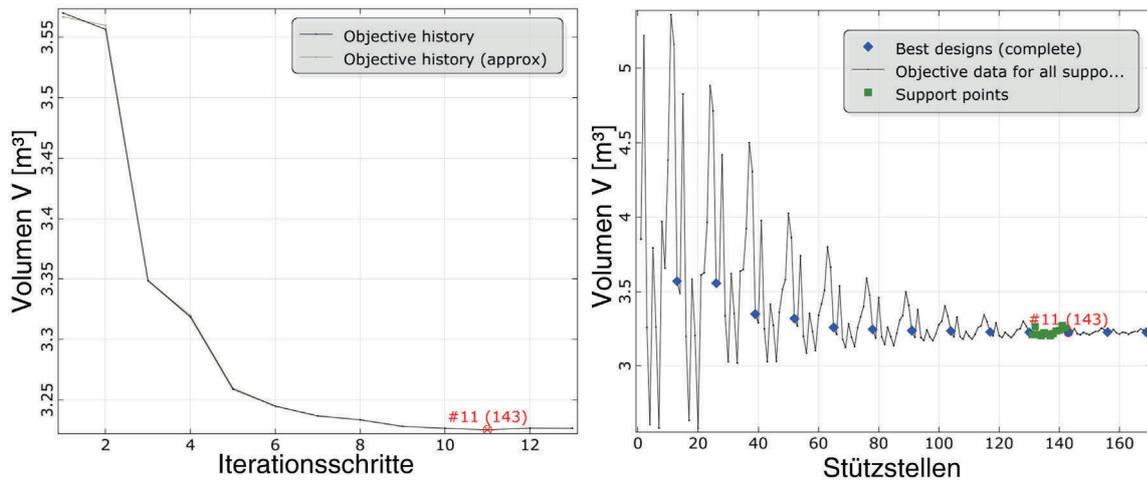


Abb. D.8: Entwicklung der Zielfunktion für das Grundmodell mithilfe des ARSM Optimierungsalgorithmus über die Iterationsschritte (links) und Stützstellen (rechts)

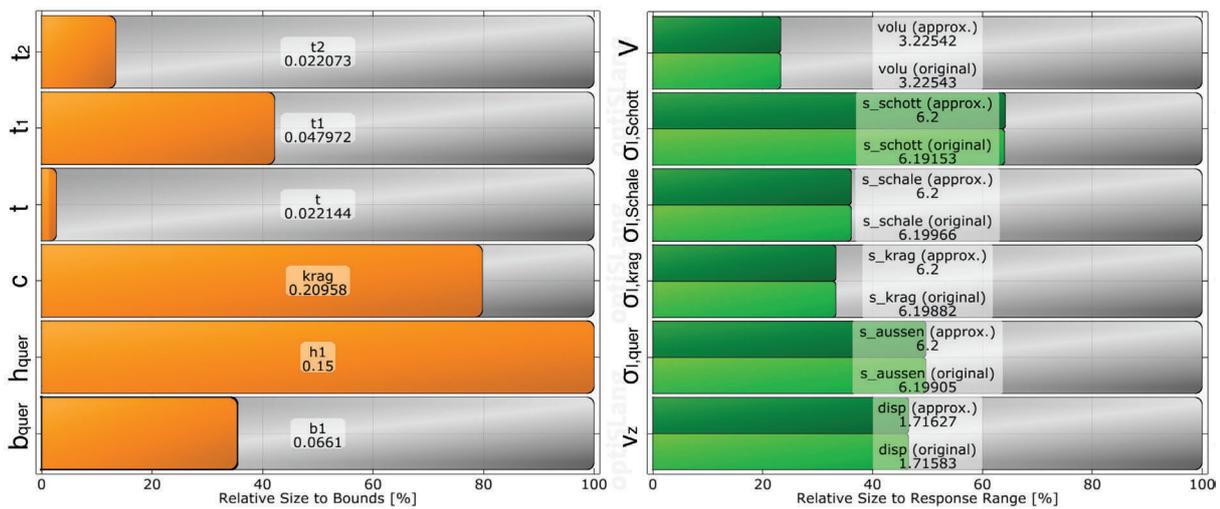


Abb. D.9: Ergebnisse des Optimierungsprozesses (ARSM) für das Grundmodell

Systeme mit Aussteifungen

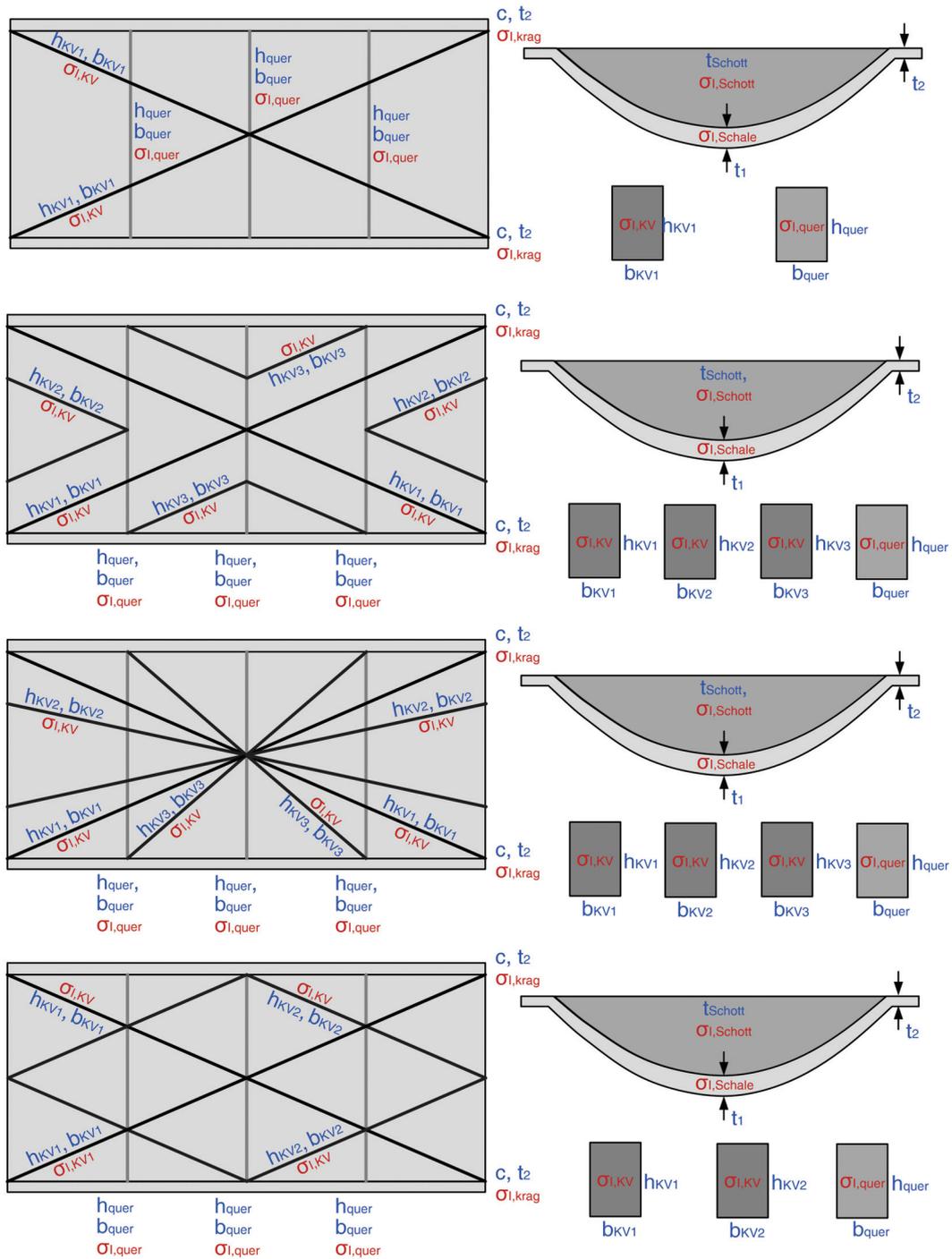


Abb. D.10: Optimierungsvariablen (blau) und Restriktionen (rot) der Aussteifungssysteme in Draufsicht und im Querschnitt

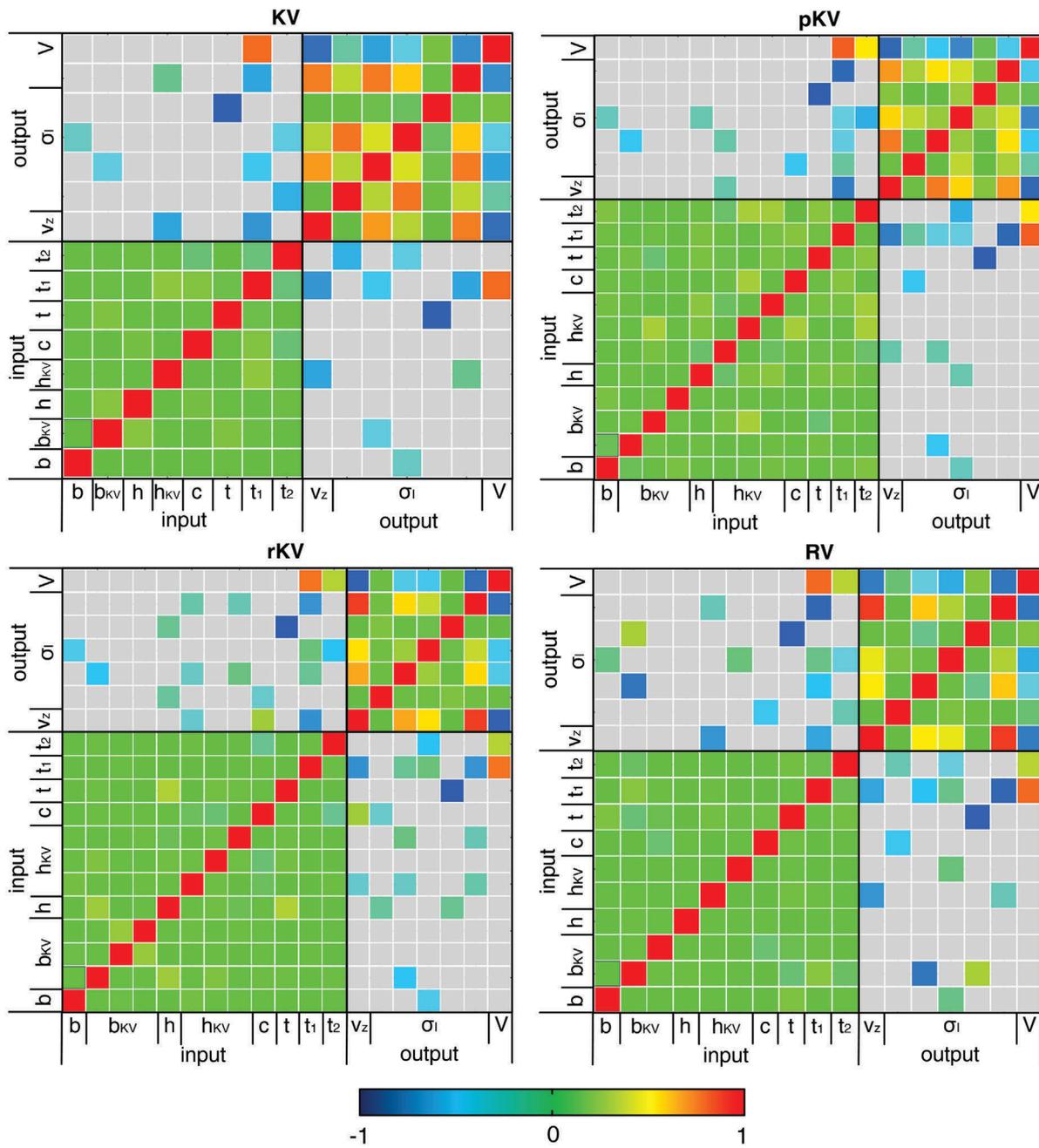


Abb. D.11: Korrelationsmatrizen für die vier Aussteifungssysteme (KV, pKV, rKV, RV)

Prognosefähigkeitsmatrizen

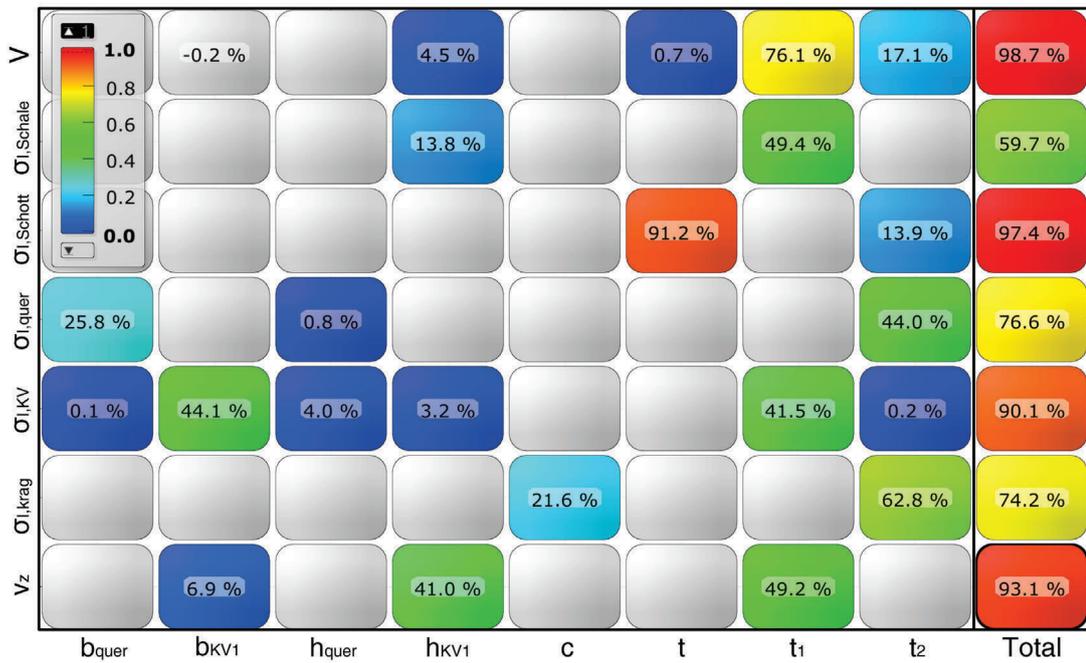


Abb. D.12: CoP-Matrix für das Modell mit kreuzverbandartiger Rippenverstärkung (KV)

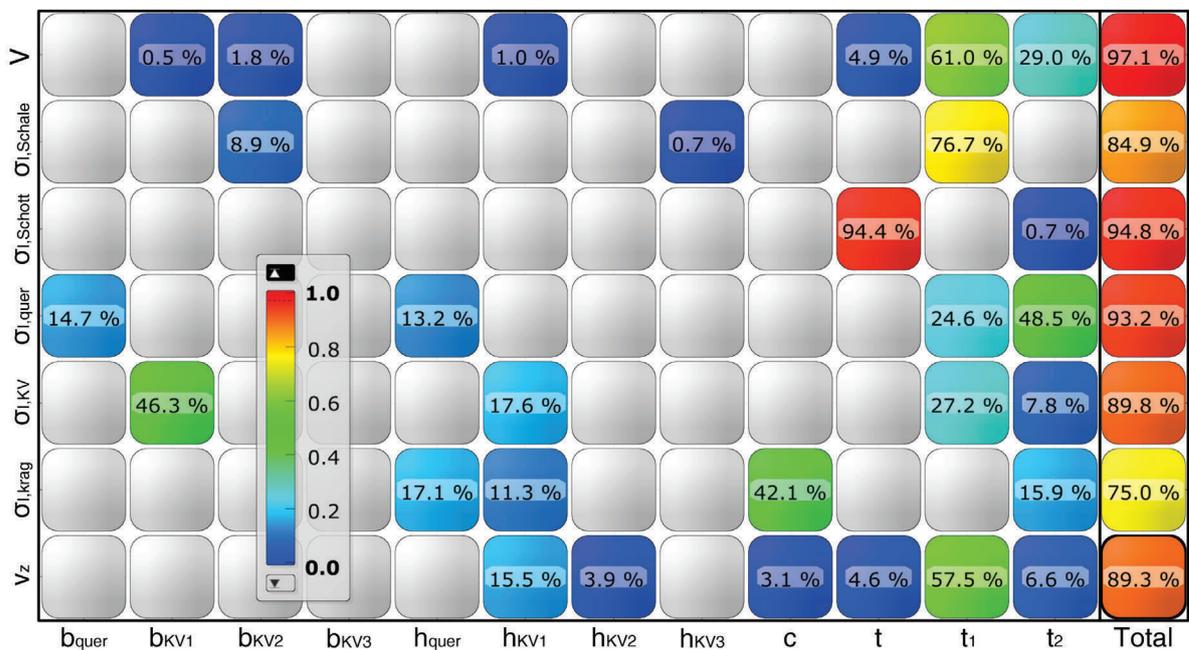


Abb. D.13: CoP-Matrix für das Modell mit parallelgurtigem Kreuzverband (pKV)

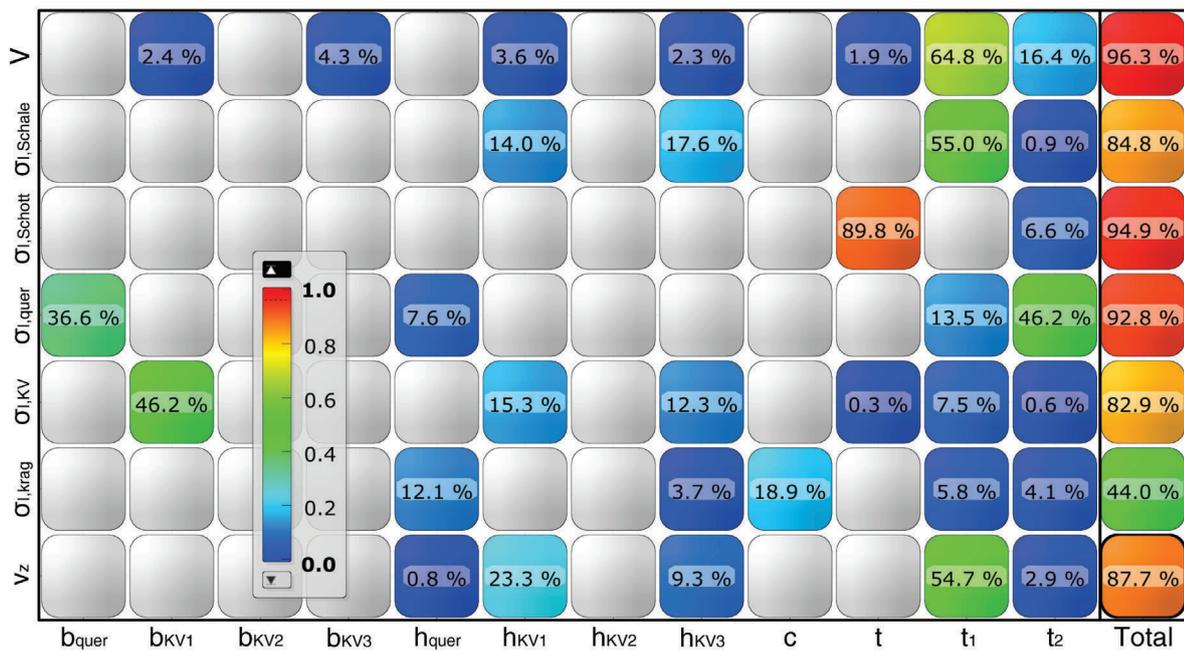


Abb. D.14: CoP-Matrix für das Modell mit radialem Kreuzverband (rKV)

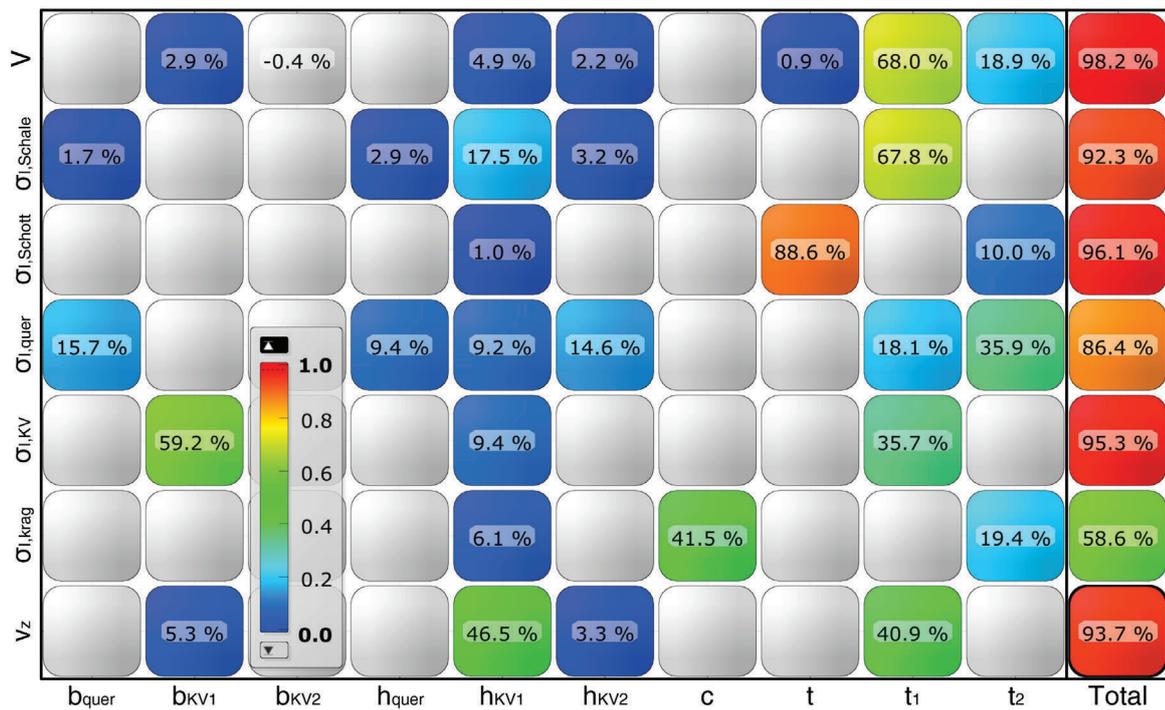


Abb. D.15: CoP-Matrix für das Modell mit rautenartiger Verstärkung (RV)

Metamodelle

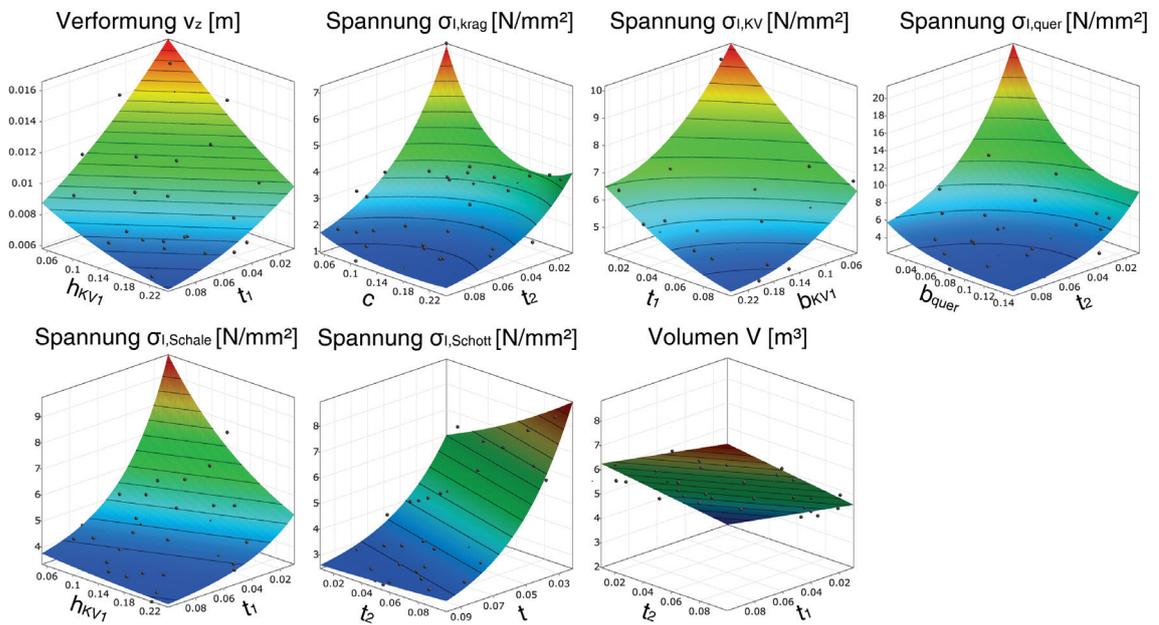


Abb. D.16: Ausgewählte Metamodelle des Modells KV

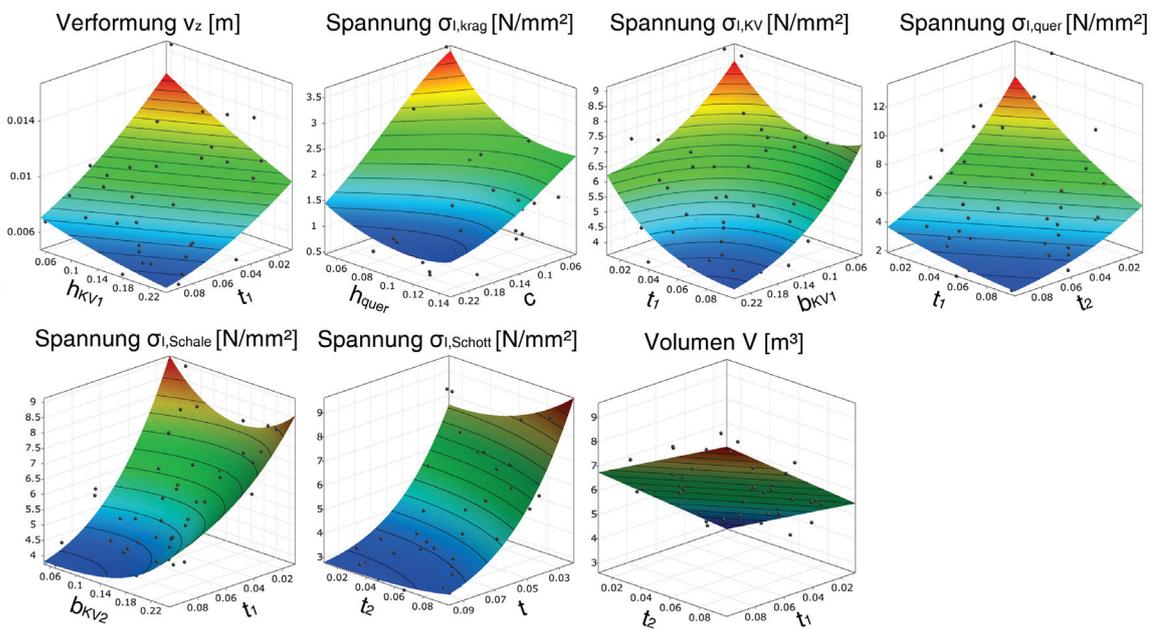


Abb. D.17: Ausgewählte Metamodelle des Modells pKV

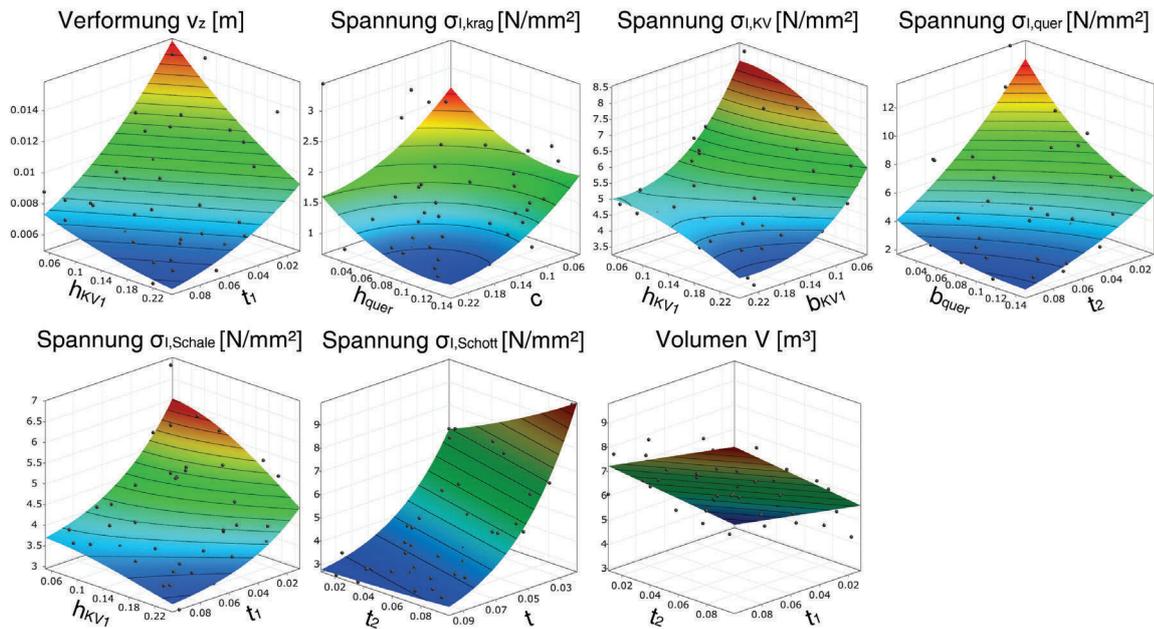


Abb. D.18: Ausgewählte Metamodelle des Modells rKV

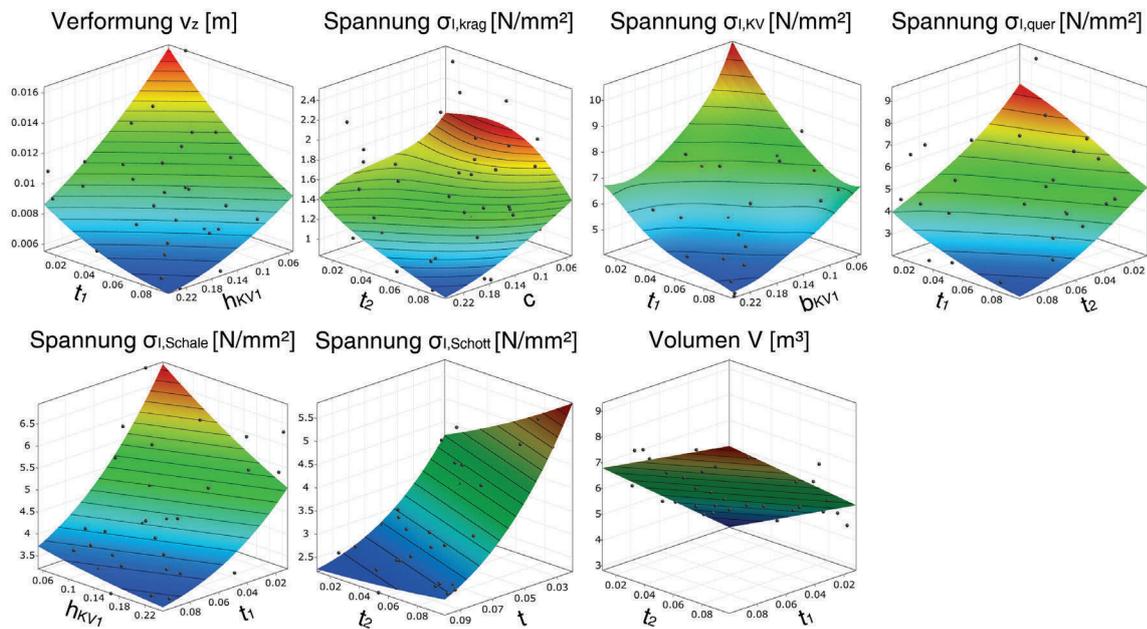


Abb. D.19: Ausgewählte Metamodelle des Modells RV

Ergebnisse der Optimierungen

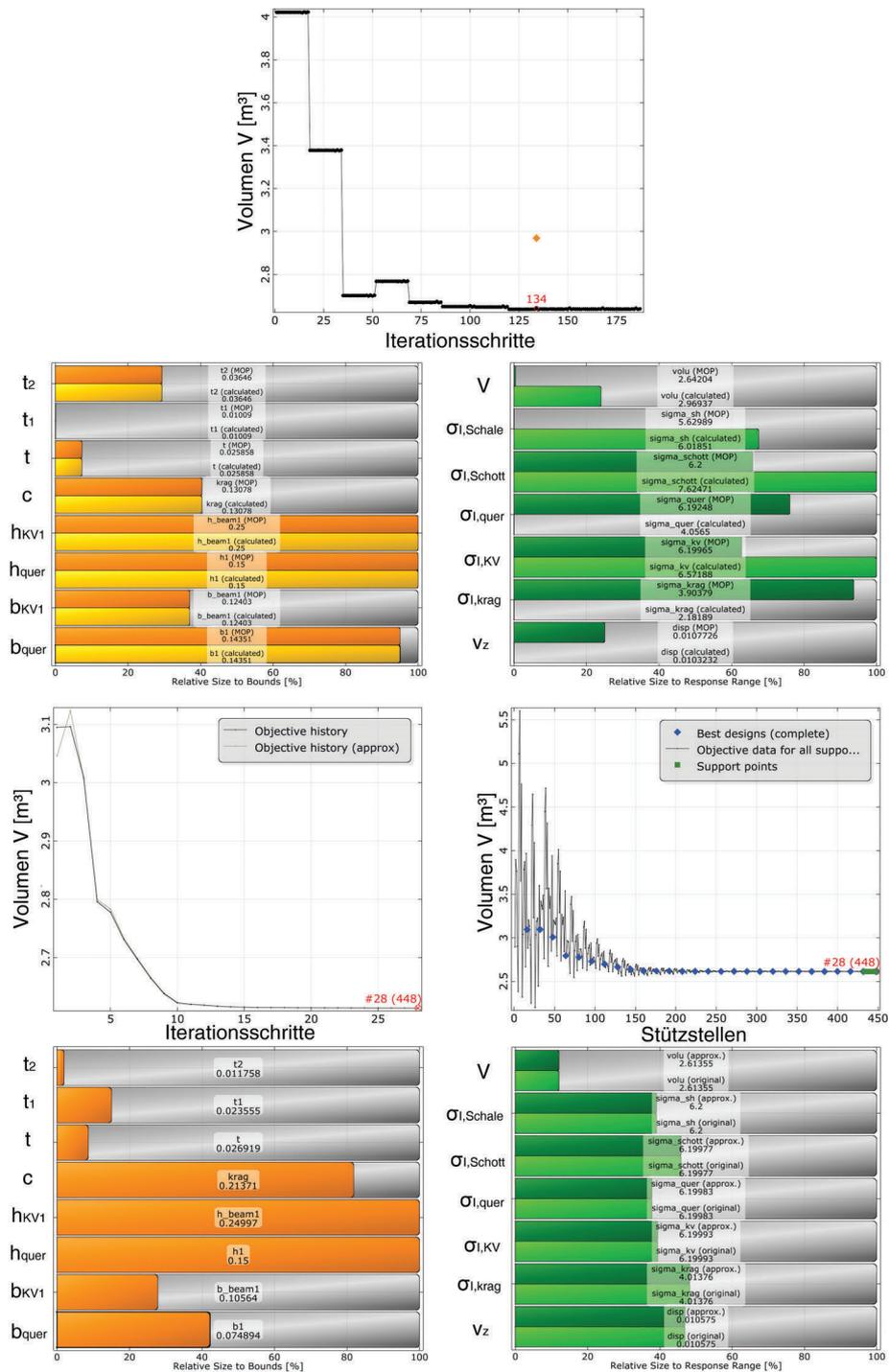


Abb. D.20: Entwicklung der Zielfunktion und Ergebnisse des Optimierungsprozesses mittels NLPQL (oben) und ARSM (unten) für das Modell KV

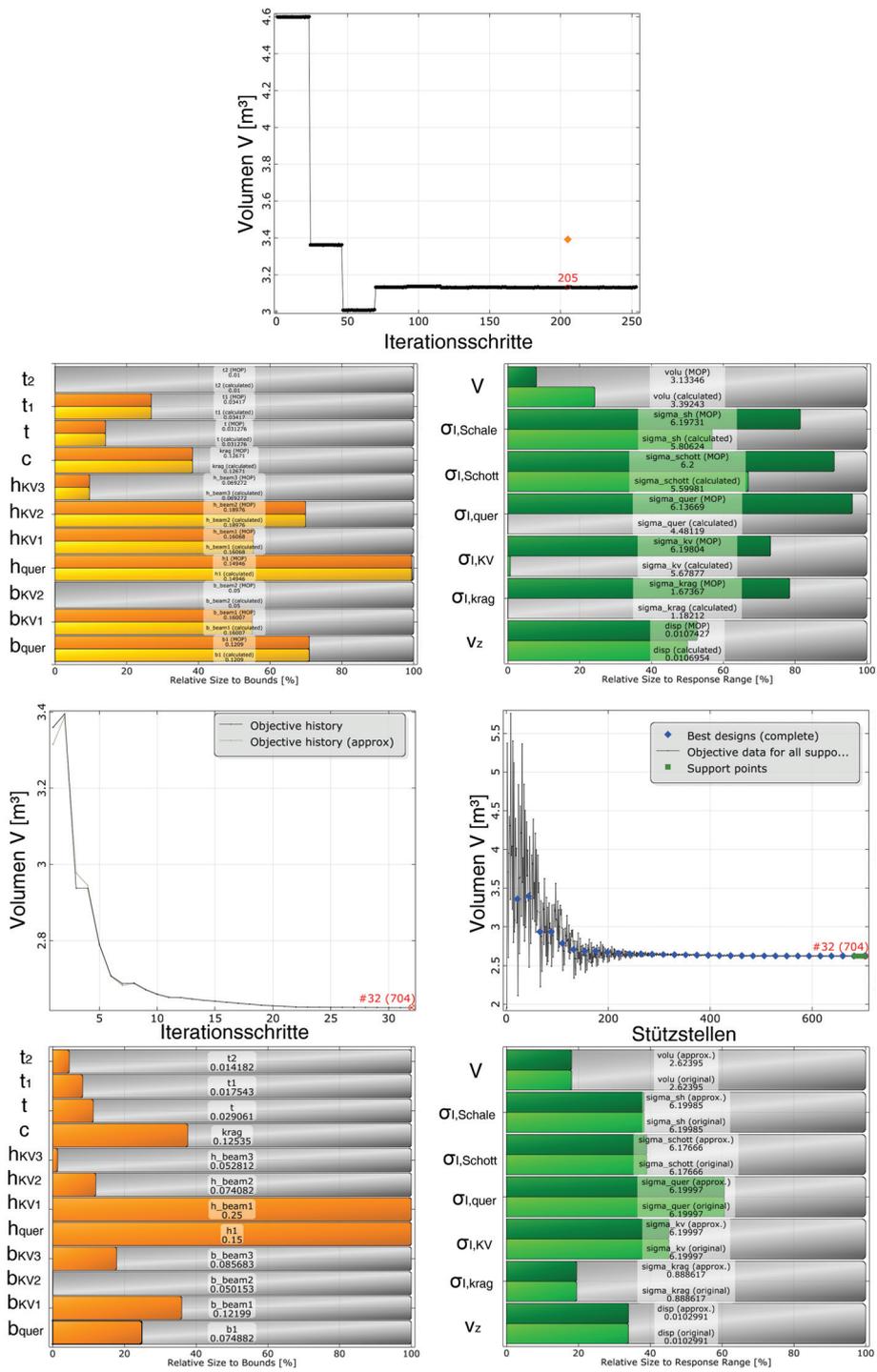


Abb. D.21: Entwicklung der Zielfunktion und Ergebnisse des Optimierungsprozesses mittels NLPQL (oben) und ARSM (unten) für das Modell pKV

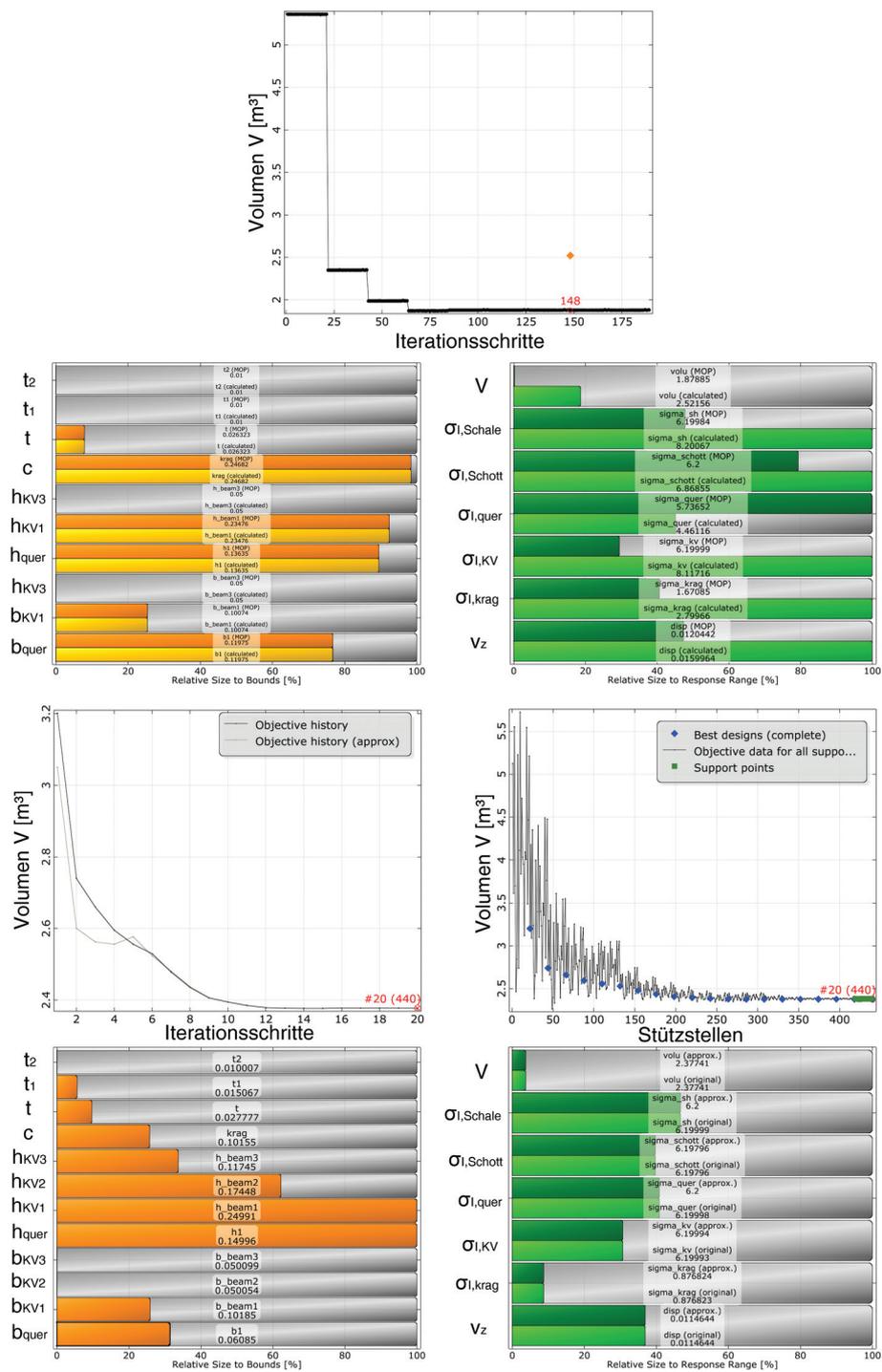


Abb. D.22: Entwicklung der Zielfunktion und Ergebnisse des Optimierungsprozesses mittels NLPQL (oben) und ARSM (unten) für das Modell rKV

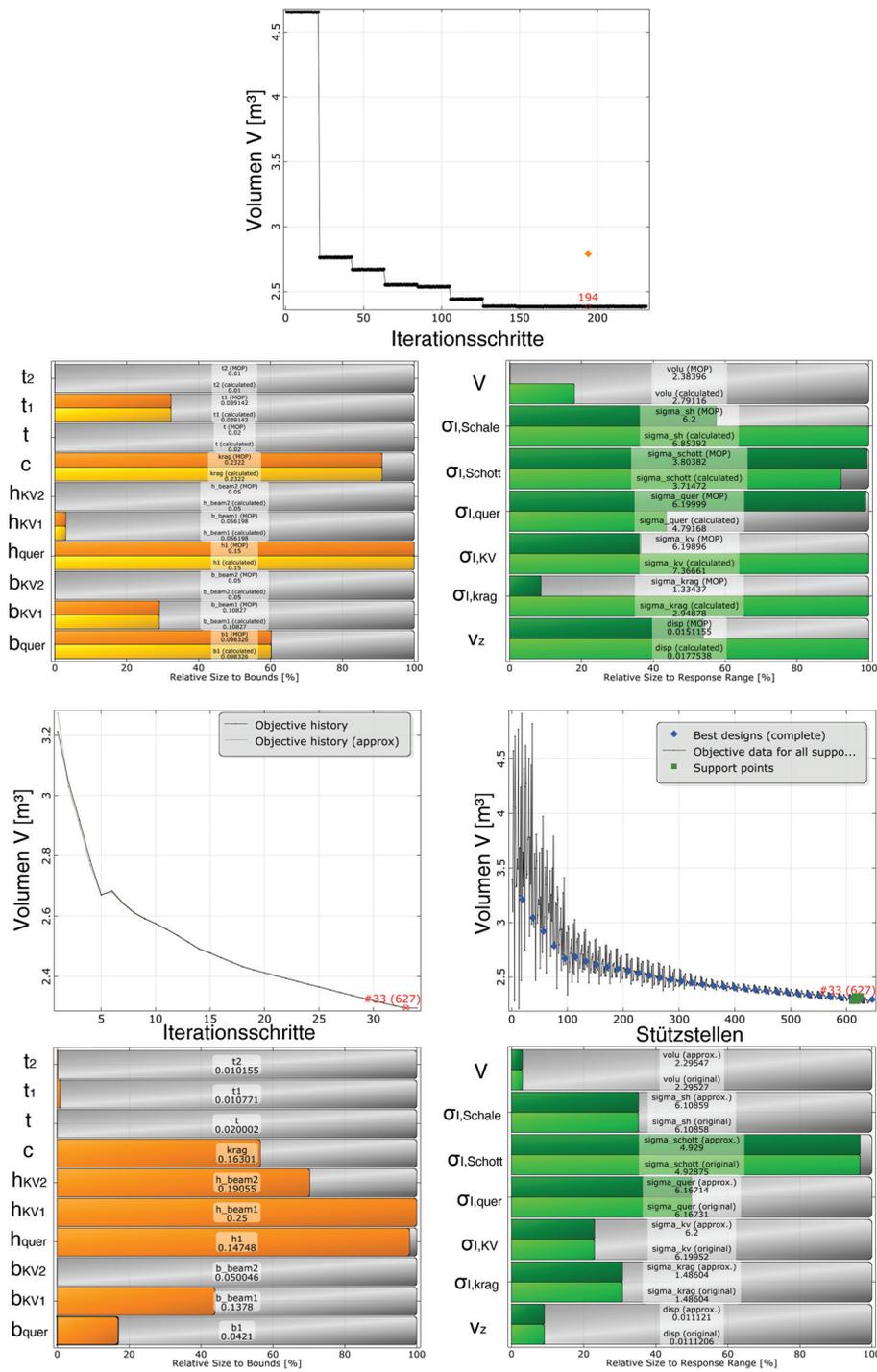


Abb. D.23: Entwicklung der Zielfunktion und Ergebnisse des Optimierungsprozesses mittels NLPQL (oben) und ARSM (unten) für das Modell KV

Wirksamkeitsanalysen

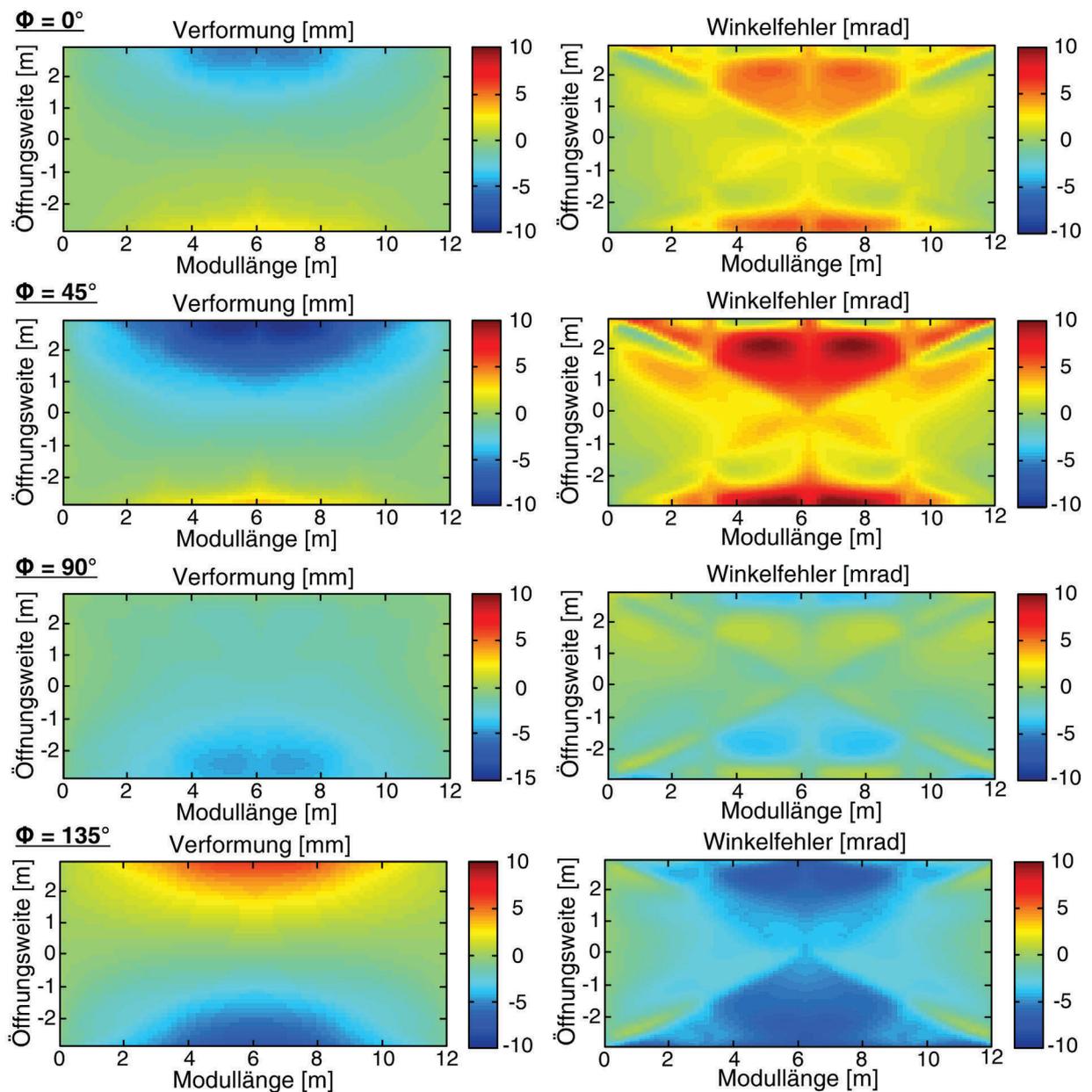


Abb. D.24: Verformungen und resultierende Winkelfehler für den finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells KV

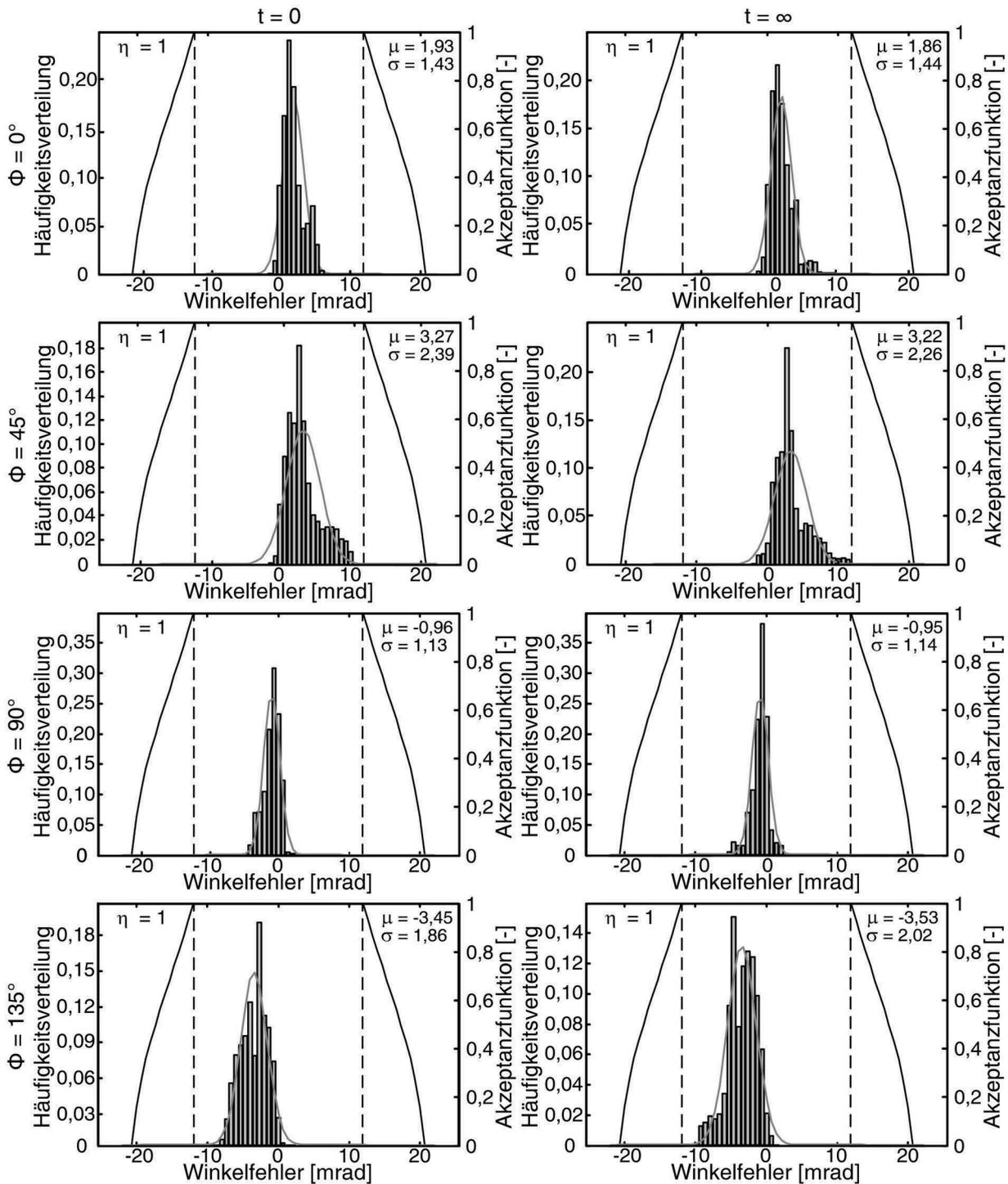


Abb. D.25: Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells KV

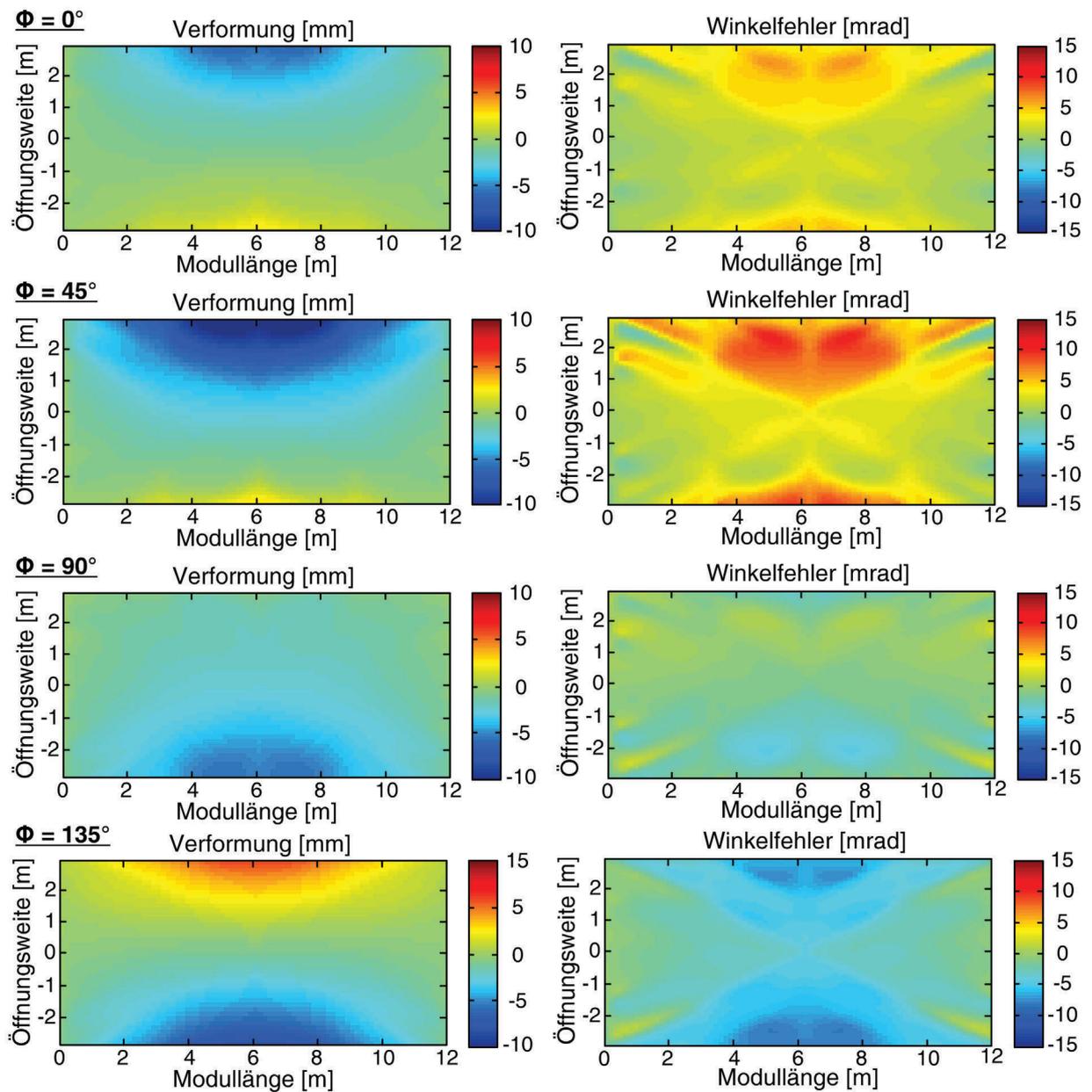


Abb. D.26: Verformungen und resultierende Winkelfehler für den finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells pKV

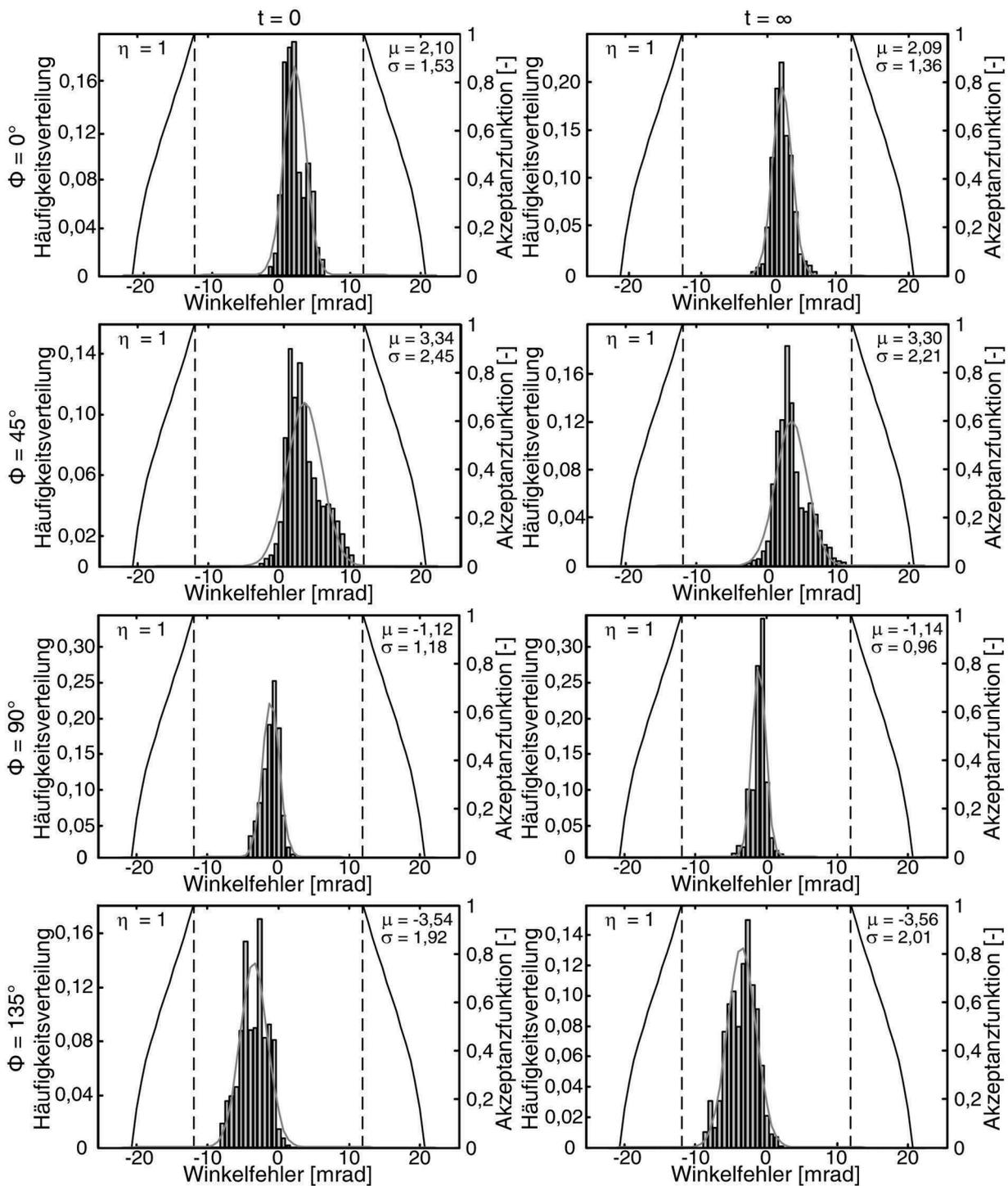


Abb. D.27: Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells pKV

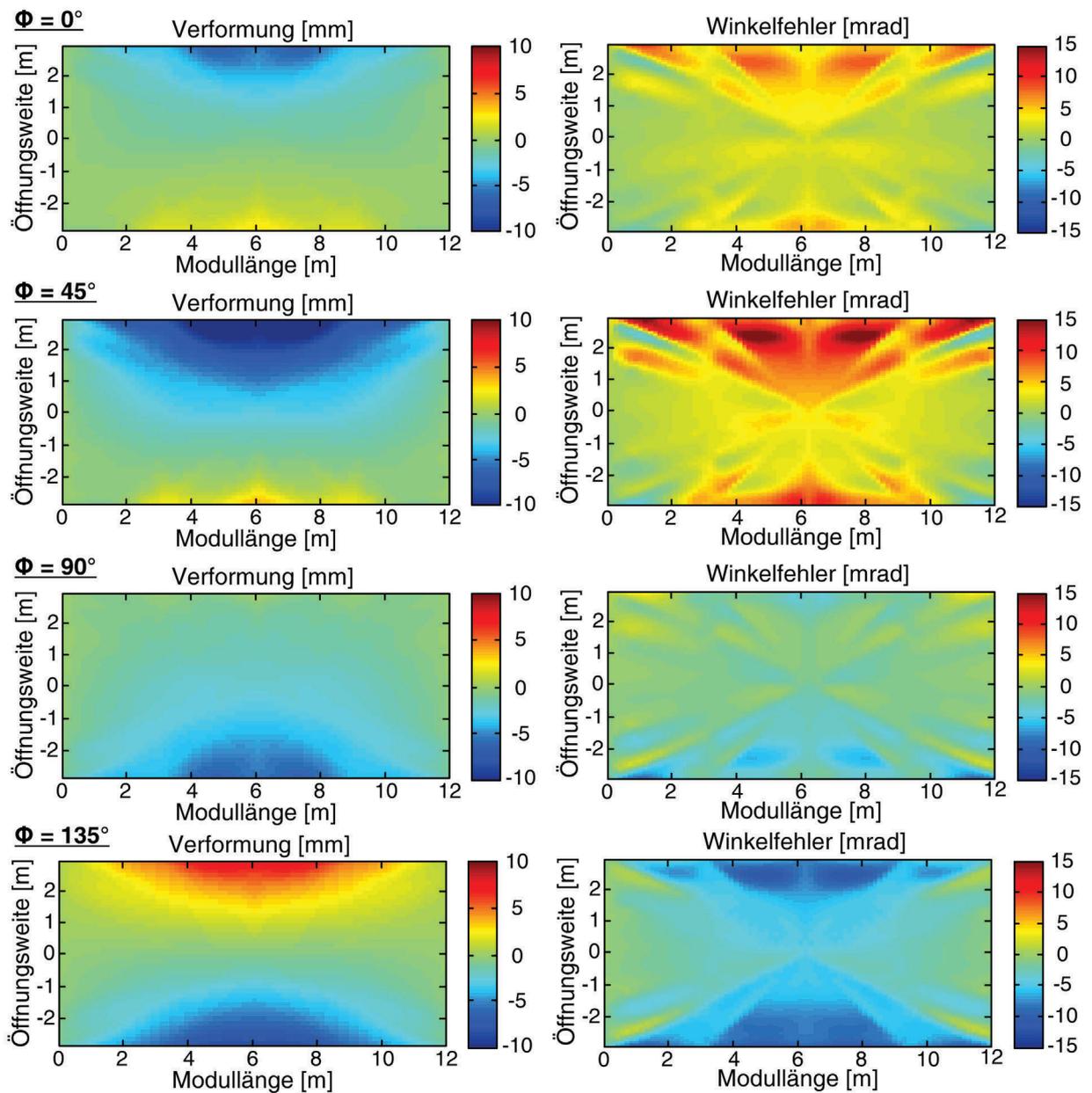


Abb. D.28: Verformungen und resultierende Winkelfehler für den finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells rKV

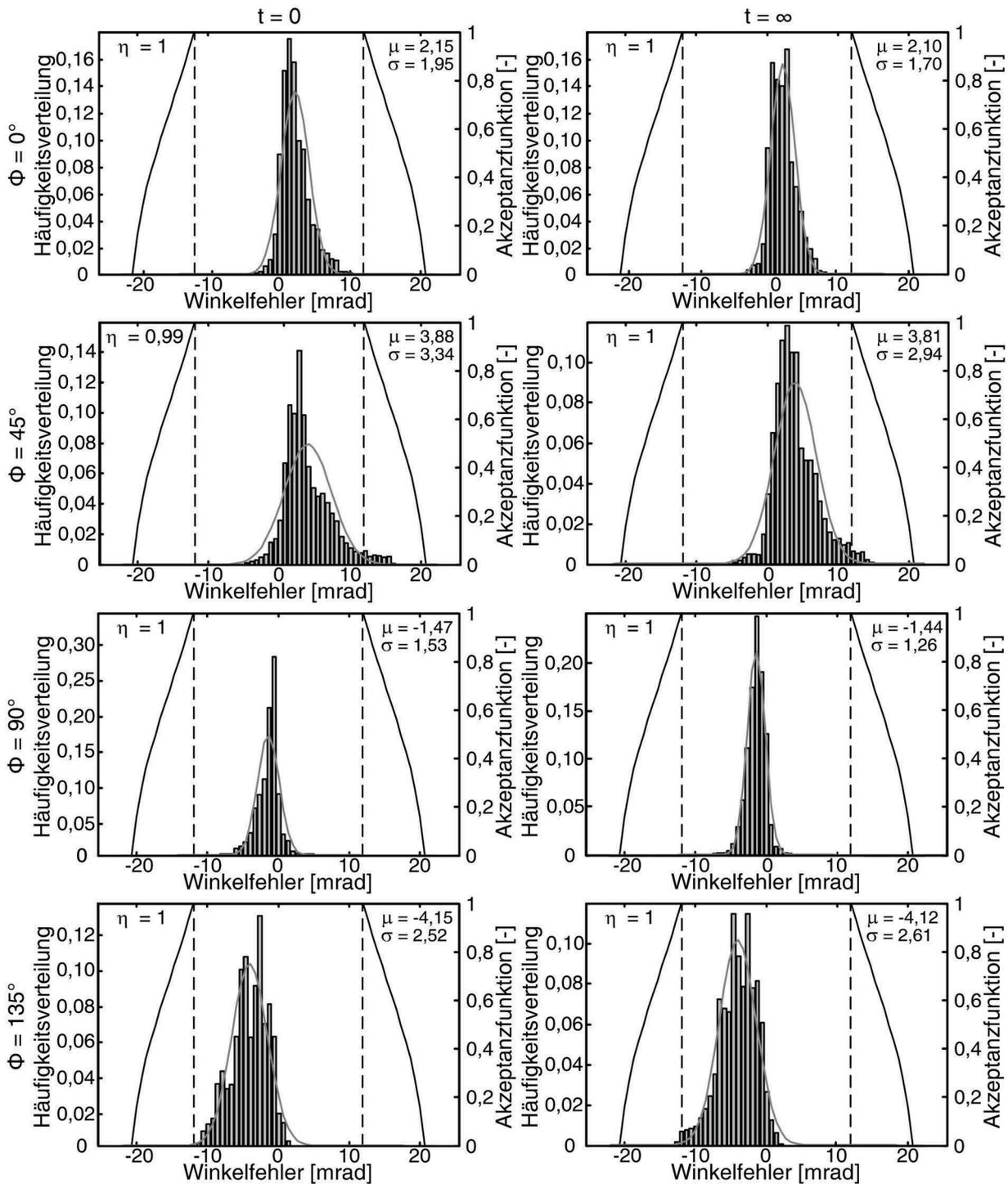


Abb. D.29: Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells rKV

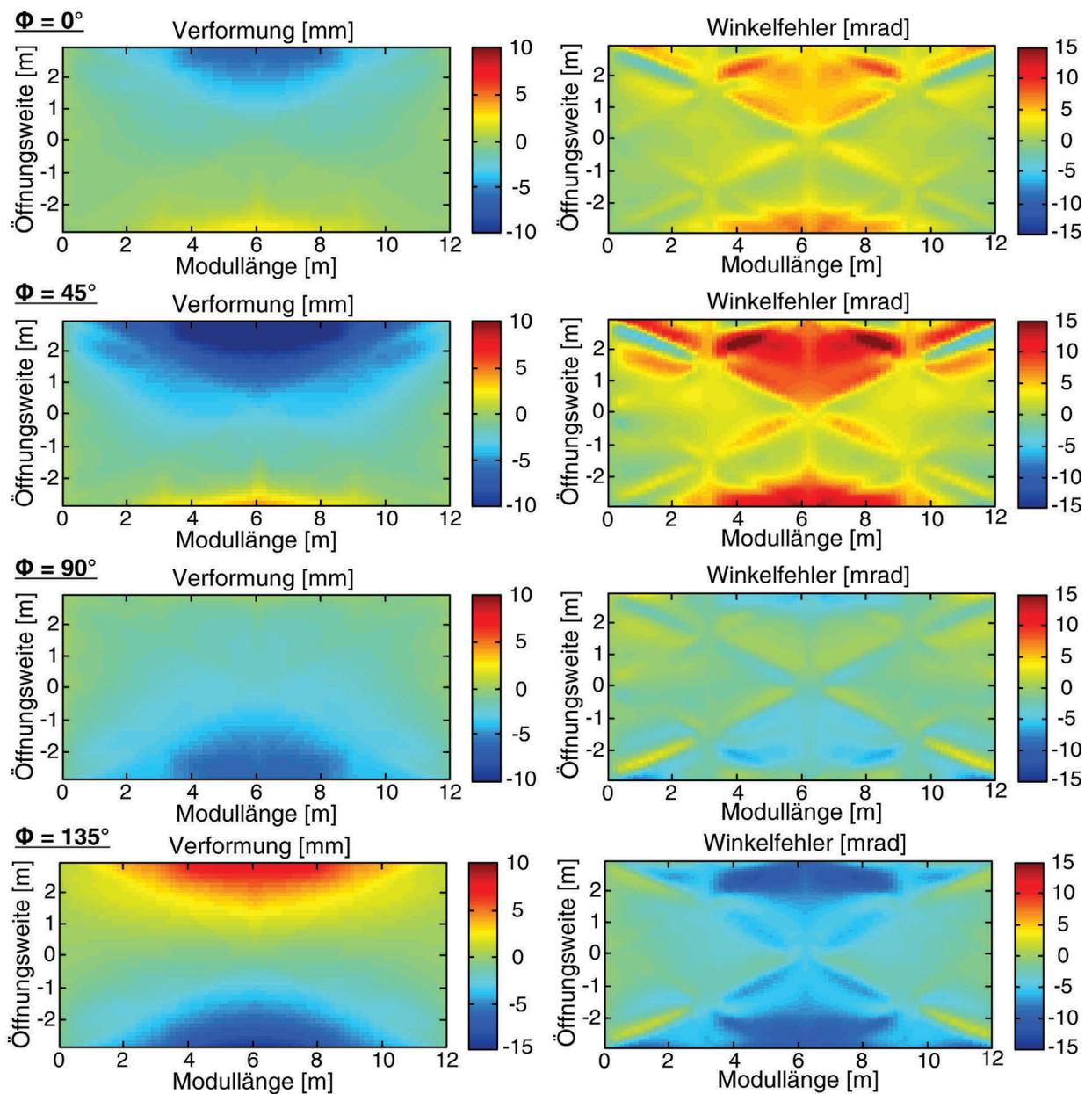


Abb. D.30: Verformungen und resultierende Winkelfehler für den finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells RV

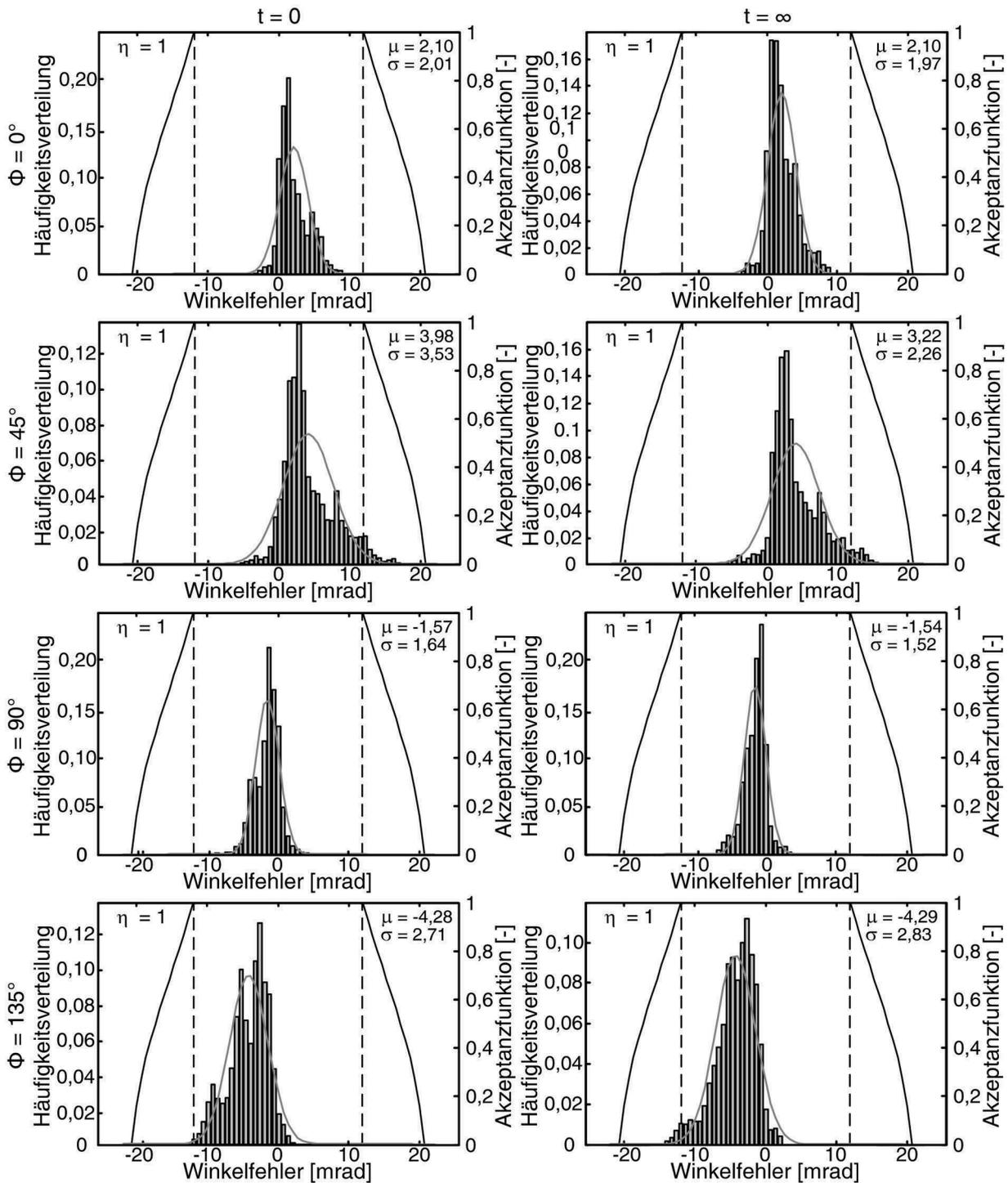


Abb. D.31: Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells RV

Abbildungsverzeichnis

1.1	Parabolrinnenkollektor <i>EuroTrough</i> auf der Plataforma Solar de Almería (links, Quelle: www.dlr.de) und Grundprinzip eines Parabolrinnenkraftwerks (rechts) [146]	2
1.2	Unterkonstruktion des Stahlfachwerkkollektors <i>EuroTrough</i> nach [133] (links) und Prinzip der zu optimierenden Parabolschale (rechts)	3
2.1	Prinzipieller Querschnitt einer Parabel mit exemplarischer Solarstrahlenkonzentration	10
2.2	Zusammenhang zwischen Öffnungswinkel φ_r , -weite w und Fokallänge f .	12
2.3	Schematische Darstellung von der Sonne mit dem Radius r im Abstand AE (Astronomische Einheit) zum Konzentrator mit der Aperturfläche A_{ap} und Absorptionsfläche A_r nach [125]	14
2.4	Optische und thermische Verluste der Wirksamkeit η_{SF} für unterschiedliche Temperaturen des Wärmeträgermediums (HFT) T_{HFT} und verschiedene Strahlungsstärken I_b (Verläufe nach [62])	16
2.5	Winkeldefinition des Sonnenstands	17
2.6	a) Endverluste durch den Einfallswinkel θ nach [31] und b) Abschattung eines Kollektormoduls nach [8]	18
2.7	Vergleich von linearer Interpolation, Hermiteinterpolation (<i>pchip</i> -Interpolation) und Spline-Interpolation und ihren ersten sowie zweiten Ableitungen	21
2.8	Approximationsansätze der Parabelform eines <i>EuroTrough</i> -Kollektors mit resultierender Abweichung Δy und Steigungsfehler Δm (links) mit zugehörigen Häufigkeitsverteilungen (rechts)	22
2.9	Vergleich der Approximationsansätze für 45 (links) und 89 Stützstellen (rechts) anhand der resultierenden Steigungsfehler	22
2.10	Einfluss einer Verkrümmung (links) und einer kontinuierlichen Verschiebung (rechts) der Parabelform auf die Solarstrahlenkonzentration	23

2.11	Geometrische Beziehung zur Herleitung der Akzeptanzfunktion einer Parabolrinne mit zylindrischem Receiver	25
2.12	Akzeptanzfunktionen f_{PT} für verschieden Parabolrinnenkollektoren	25
2.13	Beispielhafte Wirksamkeitsbewertung anhand des Winkelfehlers θ am Beispiel eines <i>EuroTrough</i> -Kollektors	27
2.14	Großdemonstrator an der Technischen Universität Kaiserslautern	29
2.15	Großdemonstrator mit 200 Messmarken	29
2.16	Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators mittels Spline-Approximation	30
3.1	Gliederung der Atmosphäre und Eigenschaften der Grenzschicht nach [85]	35
3.2	Umströmung eines Baukörpers nach [162]	37
3.3	Parabolmodell im Windkanal der Ruhr-Universität Bochum mit Anordnung der Druckmesspunkte	41
3.4	Typischer Verlauf des Druckbeiwerts c_p über die Zeit mit äquivalenten 10-minütigen Böen und zugehörigen Extrema (o)	43
3.5	Typische Dichte- und Verteilungsfunktion für $c_{p,max}$ mit dem 78 % Fraktile für die Extremwerte nach Abbildung 3.4	43
3.6	Verteilung der Druckbeiwerte $c_{p,net}$ auf der Parabolrinne für vier Auslenkungen des Kollektors und orthogonale Windanströmungsrichtung	44
3.7	Klimatische Randbedingungen nach [147]	47
3.8	Wärmestrombilanz der Randbereiche	55
3.9	Approximierter Temperaturverlauf für den Standort Marrakesch (Marokko) für das Jahr 2014 mit zufallsbasierter Schwankung (Datenquelle der Mittelwerte: Deutscher Wetterdienst, www.dwd.de)	57
3.10	Schematische Darstellung der Wärmestromdichten an einem Randelement i (nach [96])	58
3.11	Temperaturbeanspruchungen nach [47]	59
3.12	Simulierte Temperaturbeanspruchung der Parabolschale über das Jahr 2014	61
3.13	Abhängigkeit des Zufallfeldes von der Korrelationslänge	67
3.14	Abhängigkeit der Korrelationslänge l_W und der Standardabweichung σ_W auf die optische Wirksamkeit η	68
3.15	Exemplarische Initialverformungen anhand von 100 Simualtionen	68
3.16	Langzeitverformung von Beton nach [22]	71
3.17	„Stufenartige“ und „impulsartige“ Zerlegung des zeitlichen Spannungsverlaufs nach [13]	72

4.1	Hierarchiestufen der Strukturoptimierung	78
4.2	Mehrkriterienoptimierung nach [102]	80
4.3	Exemplarischer Sattelpunkt x^*, γ^* einer LAGRANGE-Funktion	83
4.4	Aufwand der Optimierungsverfahren nach [82]	85
4.5	Deterministische Versuchspläne	88
4.6	Latin-Hypercube Sampling für normal- und gleichverteilte Zufallsvariablen	89
4.7	System eines Einfeldträgers im 4-Punkt-Biegezugversuch	94
4.8	<i>Latin-Hypercube Sampling</i> für 20 Stützstellen und resultierende lineare Korrelationsmatrix \mathbf{C}_{xx}	96
4.9	Metamodelle für die Spannung (links), die Verformung (mittig) und das Volumen (rechts)	96
4.10	<i>CoP</i> -Matrix für das untersuchte Beispiel des Einfeldträgers	97
4.11	Analytische Lösung der Systemantworten für den Einfeldträger	97
5.1	Einfach gekrümmte Tonnenschale (links) und Großmarkthalle in Frankfurt a.M. im Querschnitt (rechts) [42]	101
5.2	Schnittgrößen am infinitesimalen Schalenelement	102
5.3	Parabolschalenkonzept des Betonkollektors im Entwurf mit variabler Querschnittsdicke	103
5.4	Finite-Elemente Modell des Betonkollektors	104
5.5	Zylinderschale als System nach [35] und FE-Modell	105
5.6	Vergleich verschiedener Elementgrößen und Schalenelemente mit der analytischen Lösung für die Schale nach Abbildung 5.5	106
5.7	Linear-elastische Idealisierung des Materialverhaltens von Feinkornbeton .	107
5.8	Spannungen σ_x und Verformungen v_z für die Lastfallkombinationen 1-4 am Grundmodell mit konstanter Schalendicke von 6 cm	111
5.9	Wirksamkeitsanalyse am Grundmodell mit konstanter Schalendicke von $t_1 = t_2 = 6$ cm für die Lastfallkombinationen 1 bis 4 zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$	113
5.10	Ablaufdiagramm des Dimensionierungsprozesses	116
5.11	Multilevel Optimierung	117
5.12	Ablaufdiagramm des erweiterten Optimierungsprozesses	118
5.13	Frequenzbereich der Wind- und Erdbebenlasten nach [84]	119
5.14	Lineare Korrelationsmatrix \mathbf{C}_{xx} am Grundmodell	122
5.15	<i>CoP</i> -Matrix für das Grundmodell	123
5.16	Wirksamkeitsanalyse am optimalen Entwurf des Grundmodells mittels <i>MOP125</i>	

5.17	Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Grundmodells . . .	127
5.18	Finite-Elemente Modelle der Parabolschalen mit unterschiedlichen Aussteifungskonzepten	129
5.19	Vergleich der Winkelfehler und resultierende Wirksamkeitsanalysen für die finalen Optimalentwürfe ($\Phi = 45^\circ, t = 0$)	136
A.1	Geometrische Beziehung zur Herleitung der Akzeptanzfunktion einer Parabolrinne mit zylindrischem Receiver	143
A.2	Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators mittels linearer Approximation . .	146
A.3	Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators mittels <i>pchip</i> Approximation . . .	146
B.1	Dichte- und Verteilungsfunktion der Gumbel-Verteilung	147
C.1	Vergleich der numerischen und analytischen Ergebnisse für unterschiedliche Elementabmessungen	150
C.2	Vergleich der Korrelationmatrizen \mathbf{C}_{xx} für unterschiedliche <i>Latin-Hypercube Samplings</i> (LHS)	151
D.1	Verformungen und resultierende Winkelfehler am Grundmodell mit einer Schalendicke $t_1 = t_2 = 6$ cm zum Zeitpunkt $t = 0$	156
D.2	Vergleich der Wirksamkeit am Grundmodell mit $t_1 = t_2 = 6$ cm getrennt für Beanspruchungen aus Eigenlasten, Wind, Temperatur und Kriech- und Schwindprozessen	157
D.3	Optimierungsvariablen (blau) und Restriktionen (rot) des Grundmodells in Draufsicht und im Querschnitt	159
D.4	Ausgewählte Metamodelle des Grundmodells	159
D.5	Entwicklung der Zielfunktion für das Grundmodell auf Basis des <i>MOP</i> . . .	160
D.6	Ergebnisse des Optimierungsprozesses auf Ebene des <i>MOP</i> für das Grundmodell	160
D.7	Verformungen und resultierende Winkelfehler für den optimalen Entwurf des Grundmodells mittels <i>MOP</i>	161
D.8	Entwicklung der Zielfunktion für das Grundmodell mithilfe des <i>ARSM</i> Optimierungsalgorithmus über die Iterationschritte (links) und Stützstellen (rechts)	162
D.9	Ergebnisse des Optimierungsprozesses (<i>ARSM</i>) für das Grundmodell . . .	162
D.10	Optimierungsvariablen (blau) und Restriktionen (rot) der Aussteifungssysteme in Draufsicht und im Querschnitt	163

D.11 Korrelationsmatrizen für die vier Aussteifungssysteme (KV, pKV, rKV, RV)	164
D.12 <i>CoP</i> -Matrix für das Modell mit kreuzverbandartiger Rippenverstärkung (KV)	165
D.13 <i>CoP</i> -Matrix für das Modell mit parallelgurtigem Kreuzverband (pKV)	165
D.14 <i>CoP</i> -Matrix für das Modell mit radialem Kreuzverband (rKV)	166
D.15 <i>CoP</i> -Matrix für das Modell mit rautenartiger Verstärkung (RV)	166
D.16 Ausgewählte Metamodelle des Modells KV	167
D.17 Ausgewählte Metamodelle des Modells pKV	167
D.18 Ausgewählte Metamodelle des Modells rKV	168
D.19 Ausgewählte Metamodelle des Modells RV	168
D.20 Entwicklung der Zielfunktion und Ergebnisse des Optimierungsprozesses mittels <i>NLPQL</i> (oben) und <i>ARSM</i> (unten) für das Modell KV	169
D.21 Entwicklung der Zielfunktion und Ergebnisse des Optimierungsprozesses mittels <i>NLPQL</i> (oben) und <i>ARSM</i> (unten) für das Modell pKV	170
D.22 Entwicklung der Zielfunktion und Ergebnisse des Optimierungsprozesses mittels <i>NLPQL</i> (oben) und <i>ARSM</i> (unten) für das Modell rKV	171
D.23 Entwicklung der Zielfunktion und Ergebnisse des Optimierungsprozesses mittels <i>NLPQL</i> (oben) und <i>ARSM</i> (unten) für das Modell KV	172
D.24 Verformungen und resultierende Winkelfehler für den finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells KV	173
D.25 Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells KV	174
D.26 Verformungen und resultierende Winkelfehler für den finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells pKV	175
D.27 Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells pKV	176
D.28 Verformungen und resultierende Winkelfehler für den finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells rKV	177
D.29 Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells rKV	178
D.30 Verformungen und resultierende Winkelfehler für den finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells RV	179
D.31 Wirksamkeitsanalyse am finalen, optimalen Entwurf des Aussteifungsmodells RV	180

Tabellenverzeichnis

2.1	Kenndaten von Parabolrinnenkollektormodulen (Bezeichnungen nach Abbildung 2.1)	11
2.2	Vergleich der Wirksamkeitsanalyse des Demonstrators für verschieden Approximationsansätze	30
3.1	Gegenüberstellung der Kraftbeiwerte $c_{F,ges}$	45
3.2	Wärmeschutztechnische Kennwerte nach [52]	48
3.3	Emmisionsverhältnisse verschiedener (Bau-)Stoffe	51
3.4	Betonrezeptur des verwendeten Feinkornbetons	69
3.5	Festbetoneigenschaften des verwendeten Feinkornbetons	70
3.6	Kriechverhältnisbeiwert für verschiedene Sonnengangszenarien	74
5.1	Geometrische und materielle Daten zur Problemstellung nach Abbildung 5.5	104
5.2	Materialparameter der verwendeten Baustoffe	107
5.3	Einwirkungskombinationen und Widerstände für den Betriebs- und Starkwindzustand	109
5.4	Eingangs- und Ausgangsgrößen des Optimierungsprozesses (Bezeichnungen nach Abbildung D.3)	120
5.5	Ergebnis der Voroptimierung auf Ebene des Metamodells (<i>MOP</i>) mit Vergleichsrechnung auf numerischer Ebene (FEM)	124
5.6	Ergebnis der Optimierung mittels <i>ARSM</i>	124
5.7	Erweiterte Eingangs- und Ausgangsgrößen des Optimierungsprozesses für Modelle mit zusätzlicher Aussteifung (Bezeichnungen nach Abbildung ??) .	129
5.8	Optimierungsergebnisse für die Aussteifungsmodelle	132
5.9	Gegenüberstellung der Optimalentwürfe	135
B.1	Windstärken der BEAUFORT-Skala	148

D.1	Einwirkungskombinationen und Widerstände mit (Sicherheits-)Beiwerten .	153
D.2	Auswertung des Grundmodells mit konstanter Schalendicke $t_1 = t_2$	154
D.3	Auswertung des Grundmodells mit variabler Schalendicke t_1 und t_2	155
D.4	Frequenzen für biege- und torsionsdominante Eigenformen des Grundmodells mit konstanter Schalendicke von $t_1 = t_2 = 2$ cm	158

Literaturverzeichnis

- [1] ABSPOEL, S. J.; ETMAN L. F. P.; VERVOORT, J.; VAN ROOJ, R. A.; SCHOOF, A. J. G.; ROODA, J. E.: Simulation based optimization of stochastic systems with integer design variables by sequential multipoint linear approximation, *Structural and Multidisciplinary Optimization* 22 (2), S.125-139, 2001.
- [2] AHRENS, M.A.: Ein stochastisches Simulationskonzept zur Lebensdauerbemessung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken und seine Umsetzung an einer Referenzbrücke, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2010.
- [3] ALONSO, M. T.: Hochfester Beton, *Betontechnische Berichte 2001-2003*, Verein Deutscher Zementwerke e. V., Verlag Bau+Technik, Düsseldorf, S. 157-167, 2004.
- [4] ALTENBACH, H.: Holzmann/Meyer/Schumpich Technische Mechanik Festigkeitslehre, Springer-Verlag, 2014.
- [5] ANG, A. H.-S.; TANG, W. H.: Probability Concepts in Engineering Planning and Design - Basic Principles, John Wiley & Sons, 1984.
- [6] ANSYS: Element Reference, Release 12.0, Ansys, Inc., 2009.
- [7] ANSYS: Theory reference for the mechanical APDL and mechanical applications, Ansys, Inc., 2009.
- [8] APPELBAUM, J.; BANY, J.: Shadow Effect of Adjacent Solar Collectors, *Solar Energy* 23, S. 497-507, 1979.
- [9] BAEHR, H. D.; STEPAHN, K.: Wärme- und Stoffübertragung, 7. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2010.
- [10] BAIER, H.; SESSELBER, CH.; SPECHT, B.: Optimierung in der Strukturmechanik, Springer-Verlag, 1994.
- [11] BASAR, Y.; KRÄTZIG, W. B.: Mechanik der Flächentragwerke: Theorie, Berechnung, Anwendungsbeispiele, Springer-Verlag, 2013.

-
- [12] BATHE, K.-J.: Finite-Element-Methode, Springer-Verlag, 1990.
- [13] BAZANT, Z. P.: Mathematic modeling of creep and shrinkage of concrete, Chichester: John Wiley & Sons, 1988.
- [14] BENDSOE, M. P.; SIGMUND, O.: Topology Optimization - Theory, Methods and Applications, 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin, 2004.
- [15] BENDT, P.; RABL, A.; GAUL, H.W.; REEDS, K.A.: Optical Analysis and Optimization of Line Focus Solar Collectors, Bericht, Solar Energy Research Institute, 1979.
- [16] BETTEN, J.: Finite Elemente für Ingenieure 1, Springer-Verlag, 1997.
- [17] BHATTI, M. A.: Practical Optimization Methods, Springer-Verlag, 2000.
- [18] BHATTI, M. A.: Fundamental Finite Element Analysis and Applications: with Mathematic and Matlab computations, John Wiley & Sons, 2005.
- [19] BHATTI, M. A.: Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures, John Wiley & Sons, 2006.
- [20] BLETZINGER, K.-U.: Formoptimierung von Flächentragwerken, Dissertation, Universität Stuttgart, 1990.
- [21] BLETZINGER, K.-U.; FIRL, M.; DAOUD, F.: Techniken der Formoptimierung, In: Weimarer Optimierungs- und Stochastiktag 2.0, 2005.
- [22] BOCKHOLD, J.: Modellbildung und numerische Analyse nichtlinearer Kriechprozesse in Stahlbetonkonstruktionen unter Schädigungsaspekten, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2005.
- [23] BORGWARTH, K. H.: Optimierung - Operations Research - Spieltheorie, Birkhäuser, Basel, 2001.
- [24] BOX, M. J.; DRAPER, N. R.: Factorial Designs, the $|\mathbf{x}^T \mathbf{x}|$ Criterion, and Some Related Matters, Technometrics 13 (4), S. 731-742, 1971.
- [25] BUCHER, C.: Computational Analysis of Randomness in Structural Mechanics, Structure and Infrastructures Book Series, Vol. 3, CRC Press, 2009.
- [26] BUCHER, C.; WILL, J.; RIEDEL, J.: Multidisciplinary non-linear optimization with optimizing structural language OPTISLANG, In: 19th CAD-FEM USER'S Meeting 2001 International Congress on FEM Technology, 2001.

- [27] BURKART, I.; MÜLLER, H. S.: Creep and shrinkage characteristics of ultra high strength concrete (UHPC), In: Proceedings of the 8th International Conference on Creep, Shrinkage and Durability of Concrete and Concrete Structures (CONCREEP 8), Ise-Shima, Japan, 2008.
- [28] BUSSE, D.; EMPELMANN, M.: Tragverhalten dünnwandiger Betonhohlbauteile aus hochfestem Feinkornbeton, Bautechnik 92 (1), S. 46-56, 2015.
- [29] CARLEY, K. M.; KAMNEVA, N. Y.; REMINGA, J.: Response Surface Methodolgy, CASOS - Center for Computational Analysis of Social and Organizational Systems, ISRI - Institute for Software Research International, Carnegie Mellon Univerity, 2004.
- [30] CEB-FIP MC 90: Design of Concrete Structures, CEB-FIP-Model-Code 1990, Thomas Telford, 1993.
- [31] CHASSERIAUX, J.M.: Concersión Térmica de la Radiación Solar, Liberia Agropecuaria S. A., Argentina, 1990.
- [32] CHENG, Z. D.; HE, Y. L.; CUI, F. Q.; DU, B. C.; ZHENG, Z. J.; XU, Y.: Comparative and sensitive analysis for parabolic trough solar collectors with a detailed Monte Carlo ray-tracing optical model, Applied Energy 115, S. 559-572, 2014.
- [33] CHOPRADUP, A.: Zur Tragfähigkeit von punktförmig gestützten filigranen Fassadenplatten aus faserverstärkten Feinkornbeton, Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern, 2010.
- [34] COOK, N.J.: The designers guide to wind loading of building structures - part 2: Static Structures, Butterworths, London, Oxford, 1990.
- [35] COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J.: Concepts and Applications of Finite Element Analysis, John Wiley & Sons, 2002.
- [36] COUNIHAN, J.: Adiabatic atmospheric boundary layers: a review and analysis of data from the period 1880-1972, Atmospheric Environment 9 (10), S. 871-905, 1975.
- [37] CREMANN, K.; ROOS, D.; GRASSMANN, A.: Increased efficiency by optimizing the last stage of a steam turbine, RDO-Journal 01/2014, S.6 -15, 2014.
- [38] CURBACH, M.; JESSE, F.: Eigenschaften und Anwendung von Textilbeton, Beton- und Stahlbetonbau 104 (1), S. 9-16, 2009.
- [39] CURRY, H. B.: The method of steepest descent for nonlinear minimization problems, Quart. Appl. Math 2 (3), S. 250-261, 1944.

- [40] DEUSE, T.; PARKER, F.: Längenänderung von Prismen und Schwindrinnenversuch mit der Nanodur-Standardrezeptur Maschinenbau, Bericht, Prüfbericht des Wilhelm-Dyckerhoff-Instituts, Wiesbaden, 2010.
- [41] DIBOWSKI, G.: How cost-effective are solar-thermal power plants?, In: Krätzig et al. (Hrsg.): Solar Chimney Power Technology, Bochum, 2010, S. 95-102, 2010.
- [42] DICLELI, C.: Ulrich Finsterwalder 1897–1988 - Ein Leben für den Betonbau, Beton- und Stahlbetonbau 108 (9), S.662-673, 2013.
- [43] DIN EN 1990: Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung, Deutsches Institut für Normung, 2010.
- [44] DIN EN 1990/NA: Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung, Nationaler Anhang (NA), Deutsches Institut für Normung, 2010.
- [45] DIN EN 1991-1-4: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen - Windlasten, Deutsches Institut für Normung, 2011.
- [46] DIN EN 1991-1-4/NA: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen - Windlasten, Nationaler Anhang (NA), Deutsches Institut für Normung, 2011.
- [47] DIN EN 1991-1-5: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-5: Allgemeine Einwirkungen - Temperatureinwirkungen, Deutsches Institut für Normung, 2010.
- [48] DIN EN 1991-1-5/NA: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-5: Allgemeine Einwirkungen - Temperatureinwirkungen, Nationaler Anhang (NA), Deutsches Institut für Normung, 2010.
- [49] DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Deutsches Institut für Normung, 2011.
- [50] DIN EN 1992-1-1/NA: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Nationaler Anhang, Deutsches Institut für Normung, 2011.
- [51] DIN EN 1993-1-1: Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Deutsches Institut für Normung, 2010.

- [52] DIN EN ISO 10456: Baustoffe und Bauprodukte – Wärme- und feuchtetechnische Eigenschaften – Tabellierte Bemessungswerte und Verfahren zur Bestimmung der wärmeschutztechnischen Nenn- und Bemessungswerte (ISO 10456:2007 + Cor. 1:2009), Normenausschuss Bauwesen (NABaus) im DIN, 2010.
- [53] DUFFIE, J.A.; BECKMANN, W.A.: Solar engineering of thermal processes, John Wiley & Sons, 2006.
- [54] DYNARDO GMBH: Optislang - The Optimizing Structural Language, 2011.
- [55] EHLIG, D.; SCHLADITZ, F.; FRENZEL, M.; CURBACH, M.: Textilbeton - Ausgeführte Projekte im Überblick, Beton- und Stahlbetonbau 107 (11), S. 777-775, 2012.
- [56] ETMAN, L.F.P.; ADRIAENS, J.M.T.A.; VAN SLAGMAAT, M.T.P.; SCHOOF, A.J.G.: Crash worthiness design optimization using multipoint sequential linear programming, Structural Optimization 22, S.222-228, 1996.
- [57] FEHLING, E.; SCHMIDT, M.; WALRAVEN, J.; LEUTBECHER, T. FRÖHLICH: Ultrahochfester Beton, Beton-Kalender 2013 - Lebensdauer und Instandsetzung, Ernst & Sohn Verlag, S. 117-239, 2012.
- [58] FERNÁNDEZ-GARCÍA, A.; ZARZA, E.; VALENZUELA, L.; PÉREZ, M.: Parabolic-trough solar collectors and their applications, Renewable and Sustainable Energy Reviews 14, S. 1695-1721, 2010.
- [59] FORMAN, P.; MÜLLER, S.: Shape-optimised Parabolic Trough Collector made of micro reinforced Ultra High Performance Concrete, In: H. S. Müller; M. Haist, F. Acosta (Hrsg.): Proceedings of the 9th International PhD Symposium in Civil Engineering, KIT Scientific Publishing, S. 297-302, 2012.
- [60] FORMAN, P.; MÜLLER, S.; AHRENS, M. A.; SCHNELL, J.; MARK, P. HÖFFER, R.; HENNECKE, K.; KRÜGER, J.: Light concrete shells for parabolic trough collectors – Conceptual design, prototype and proof of accuracy, Solar Energy 111, S. 364-377, 2015.
- [61] FORMAN, P.; MÜLLER, S.; MARK, P.; SCHNELL, J.: Design, detailing and future potential of high-strength concrete collector modules for parabolic troughs, ALITinform: Cement. Concrete. Dry Mixtures 36 (4-5), S. 48-58, 2014.

- [62] FORRISTAL, R.: Heat Transfer Analysis and Modeling of a Parabolic Trough Solar Receiver Implemented in Engineering Equation Solver, Bericht NREL/TP-550-34169, National Renewable Energy Laboratory, 2003.
- [63] FOUAD, N.A.: Rechnerische Simulation der klimatisch bedingten Temperaturbeanspruchung von Bauwerken, Berichte aus dem Konstruktivem Ingenieurbau, Technische Universität Berlin, Heft 28, 1998.
- [64] GASSEL, A.: Beiträge zur Berechnung solarthermischer und energieeffizienter Energiesysteme, Dissertation, Technische Universität Dresden, 1997.
- [65] GERDER, F.: Bestimmung des durchschnittlichen, windinduzierte Luftwechsels in einem Atrium am Beispiel des EnergieForums Berlin, Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2006.
- [66] GEYER, M.; LÜPFERT, E.; OSUNA, R.; ESTABAN, A.; SCHIEL, W.; SCHWEITZER, A.; ZARZA, E.; NAVA, P.; LANGENKAMP, J.; MANDELBERG, E.: EuroTrough - Parabolic Trough Collector Developed for Cost Efficient Solar Power Generation, In: 11th Int. Symposium on Concentrating Solar Power and Chemical Energy Technologies, 2002.
- [67] GIANNUZZI, G. M.; MAJORANA, C. E.; MILIOZZI, A.; SALOMONI, V. A.; NICOLINI, D.: Structural design criteria for steel components of parabolic-trough solar concentrators, Journal of Solar Energy Engineering 129, S. 382-390, 2007.
- [68] GÖDDE, L.: Numerische Simulation und Bemessung von Flächentragwerken aus Stahlfaserbeton sowie stahlfaserverstärktem Stahl- und Spannbeton, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2012.
- [69] GRILL, H.: Ein objektbasiertes Programmsystem zur diskret-kontinuierlichen Strukturoptimierung mit verteilten Evolutionsstrategien, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1998.
- [70] HAN, S. P.: A globally convergent method for nonlinear programming, Journal of optimization theory and applications 22 (3), S. 297-309, 1977.
- [71] HARTE, R.; HÖFFER, R.; KRÄTZIG, W.B.; MARK, P.; NIEMANN, H.-J.: Solare Aufwindkraftwerke: Ein Beitrag der Bautechnik zur nachhaltigen und wirtschaftlichen Energieerzeugung, Bautechnik 89 (3), S. 173-181, 2012.
- [72] HARZHEIM, L.: Strukturoptimierung - Grundlagen und Anwendung, Verlag Harri Deutsch, 2008.

- [73] HENNECKE, K.; KRÜGER, D.; DOKUPIL, M.: Test of a Parabolic Trough System for Process Heat in a Climate with Low Direct Radiation, In: Proceedings of the World Renewable Energy Congress VI, Brighton, 01.07-07.07., 2000.
- [74] HERRMANN, D.: Normalverteilung, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik – 30 BASIC-Programme. Vieweg + Teubner Verlag, S. 19-20, 1984.
- [75] HERRMANN, M.: Weiterentwicklung der Gradientenbetontechnologie und deren Anwendung auf gewichtsreduzierte einachsige Bauteile, Dissertation, Universität Stuttgart, 2014.
- [76] HOSOYA, N.; PETERKA, J. A.; GEE, R. C.; KEARNEY, D.: Wind tunnel test of parabolic trough solar collectors, Subcontract report nrel/sr-550-32282, National Renewable Energy Laboratory, 2008.
- [77] HUNT, A.: Wind tunnel measurement of surface pressure on cubical building model at several scales, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 10, S. 137-163, 1982.
- [78] ISLER, H.: Concrete Shells Derived from Experimental Shape, Structural Engineering International 4 (3), S. 142-147, 1994.
- [79] KEMMLER, R.: Stabilität und große Verschiebungen in der Topologie- und Formoptimierung, Dissertation, Universität Stuttgart, 2004.
- [80] KIEFER, H.: Windlasten an quaderförmigen Gebäuden in bebauten Gebieten, Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), 2003.
- [81] KIKUCHI, N.; CHUNG, K. Y.; TORIGAKI, T.; TAYLOR, J. E.: Adaptive finite element methods for shape optimization of linear elastic structures, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 57, S. 67-89, 1986.
- [82] KLEIN, M.: Formoptimierung kontinuierlicher Strukturen mit finite Elemente höherer Ordnung, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2000.
- [83] KNABE, E.; PRZEWLOCKI, J.; ROSZYNSKI, G.: Spatial averages for linear element for two parameter random fields, Probabilistic Engineering Mechanics 13 (3), S.147-167, 1998.
- [84] KÖNIG, G.; LIPHART, S.: Hochhäuser aus Stahlbeton, In: Beton-Kalender 2003, Ernst & Sohn, Berlin, 2003.

- [85] KOSS, H.: Einfluß der Simulation des natürlichen Windes auf die Prognose des Überlastrisikos von Hallentragwerken, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2001.
- [86] KOTUCHA, G.: Regularisierung von Problemen der Topologieoptimierung unter Einbeziehung von Dichtegradienten, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2005.
- [87] KRÄTZIG, W. B.: Introduction to general shell theory, Thin shell theory - New trends and applications, Springer-Verlag, Wien - New York, S. 3-61, 1980.
- [88] KRÄTZIG, W.; BASAR, Y.: Tragwerke 3, Springer-Verlag, 1997.
- [89] KURTARAN, H.; ESKANDARIAN, A.; MARZOUGUI, D.; BEDEWI, N. E.: Crashworthiness design optimization using successive response surface approximations, Computational Mechanics 29, S. 409-421, 2002.
- [90] KUTSCHER, C.; BURKHOLDER, F.; STYNES, K.: Generation of a Parabolic Trough Efficiency Curve from Seperate Measurement of Outdoor Optical Efficiency and Indoor Receiver Heat Loss, In: Proceedings of the SolarPACES 2010 Conference, Perpignan, France, 2010.
- [91] KÜTTING, H.; SAUER, M. J.: Elementare Stochastik, Springer Spektrum, 2011.
- [92] LAWANWISUT, W.; LI, C. Q.; NOVAK, D.: Efficient simulation of random fields using orthogonal transformation and latin hypercube sampling, International Journal on Material & Structural Reliability 1, S. 19-29, 2003.
- [93] LICHTER, U.: Klimatische Temperatureinwirkungen und Kombinationsregeln bei Brückenbauwerken, Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 2004.
- [94] LIU, P.-L.; DER KIUREGHIAN, A.: Finite-Element Reliability Methods for Geomtrically Nonlinear Stochastic Structures, Structural Engineering, Mechanics and Materials, University of California, Berkeley, 1989.
- [95] LÜPFERT, E.; ULMER, S.: Solar Trough Mirror Shape Specifications, In: Proceedings of the SolarPACES 2009 conference, Berlin, 2009.
- [96] MANGERIG, I.: Klimatische Temperaturbeanspruchung von Stahl- und Stahlverbundbrücken, Dissertation, Technisch-wissenschaftliche Mitteilung Nr. 86-4, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1986.
- [97] MARCO, A.: Integrierte Konzepte zum Einsatz der Solarenergie in der Kraftwerkstechnik, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1995.

- [98] MARK, P.: Optimierungsmethoden zur Biegebemessung von Stahlbetonquerschnitten, *Beton- und Stahlbetonbau* 98 (9), S. 511-519, 2003.
- [99] MARK, P.: Zweiachsig durch Biegung und Querkräfte beanspruchte Stahlbetonträger, Habilitationsschrift, Ruhr-Universität Bochum, 2006.
- [100] MARK, P.; GÖDDE, L.; HEEK, P.; STRACK, M.: *Stahlfaserbeton, Stahlbetonbau aktuell 2014*, Goris, A., Hegger, J. & Mark, P. (Hrsg.), Bauwerk Beuth, Berlin, S. E.1-E.65., 2014.
- [101] MARK, P.; SCHNÜTTGEN, B.: Grenzen elastischen Materialverhaltens von Beton, *Beton- und Stahlbetonbau* 96 (5), S. 373-378, 2001.
- [102] MAUTE, K.: Topologie- und Formoptimierung von dünnwandigen Tragwerken, Dissertation, Universität Stuttgart, 1998.
- [103] MAY, R.: Schalenkrieg. Ein Bauingenieur-Drama in neun Akten, *Beton- und Stahlbetonbau* 107 (10), S. 700-710, 2012.
- [104] MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J.: A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code, *Technometrics* 21 (2), S. 239-245, 1979.
- [105] MERTINS, M.: Technische und wirtschaftliche Analyse von horizontalen Fresnel-Kollektoren, Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- [106] MOST, T.; BUCHER, CH.: A Moving Least Square weighting function for the Element-free Galerkin Method which almost fulfills essential boundary conditions, *Structural Engineering and Mechanics* 21 (3), S. 315-332, 2005.
- [107] MOST, T.; WILL, J.: Meta-model of Optimal Prognosis - An automatic approach for variable reduction and optimal meta-model selection, In: *Proceeding of the Weimar Optimization and Stochastic Days 5.0*, 2008.
- [108] MOST, T.; WILL, J.: Sensitivity analysis using the Metamodell of Optimal Prognosis, In: *Proceedings of the Weimar Optimization and Stochastic Days 8.0*, 2011.
- [109] MOST, T.; WILL, J.; DANNENBERG, T.: Anwendung effizienter Methoden der Sensitivitätsanalyse zur Untersuchung komplexer Ingenieuraufgaben, *Bautechnik - Sonderdruck "Modellqualitäten"*, 2013.

- [110] MÜLLER, H. S.; KVITSEL, V.: Kriechen und Schwinden von Beton - Grundlagen der neuen DIN 1045 und Ansätze für die Praxis, *Beton- und Stahlbetonbau* 97 (1), S. 8-19, 2002.
- [111] MÜLLER, S.; FORMAN, P.; SCHNELL, J.; MARK, P.: Collectors for solar parabolic trough power plants made of micro reinforced Ultra High Performance Concrete, In: Uzoegbo, H.C.; Schmidt, W.Hrsg.: *Proceedings of the International Conference on Advances in Cement and Concrete Technology in Africa (ACCTA 2013)*, Johannesburg, South Africa, S. 491-498, 2013.
- [112] MÜLLER, S.; FORMAN, P.; SCHNELL, J.; MARK, P.: Leichte Schalen aus hochfestem Beton als Parabolrinnen solarthermischer Kraftwerke, *Beton- und Stahlbetonbau* 108 (11), S. 19-29, 2013.
- [113] MÜLLER, S.; FORMAN, P.; SCHNELL, J.; MARK, P.: Innovative concrete parabolic trough collectors for solar power plants as an example for concrete in mechanical engineering, In: *Proceedings of the 1st Concrete Innovation Conference (CIC)*, June 11-13, 2014, Oslo, Norwegen, 2014.
- [114] MÜLLER, S.; SCHNELL, J.: Parabolrinnen für solarthermische Kraftwerke, In: Silke Scheerer, Manfred Curbach (Hrsg.): *Leicht Bauen mit Beton - Forschung im Schwerpunktprogramm 1542 - Förderphase 1*, 2014.
- [115] MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; ANDERSON-COOK, C. M.: *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization using Design Experiments*, John Wiley & Sons, third edition edn., 2009.
- [116] OLSSON, A.; SANDBERG, G.; DAHLBLOM, O.: On Latin hypercubes sampling for structural reliability analysis, *Structural Safety* 25, S.47-68, 2003.
- [117] OYA, J., KALENDER-WEVERS, C.; WINKELMANN, U.; HÖFFER, R.: Experimental and numerical investigation of the dust transport on the reflector panels of a parabolic trough power plant, In: *Proceedings of the European-African Conference on Wind Engineering EACWE 2013*, Cambridge, 2013.
- [118] PEDRETTI, A.: A 3 MW Thermal concentrated solar power pilot Plant in Morocco with the Airlight Energy Technology, In: *18th SolarPACES Conference*, Morocco, 2012.
- [119] PERSSON, B.: On the under-pressure in the pore water of sealed high performance concrete, *HPC, Concrete Science and Engineering* 8, S. 213-221, 2000.

- [120] PESEKE, H.; GROHMANN, M.; BOLLINGER, K.: The *Großmarkthalle* (wholesale market hall) in Frankfurt/Main - An early reinforced concrete shell structure, In: Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, 2009.
- [121] POTTLE, K.; LÜPFERT, E.; JOHNSTON, G.H.G.; SHORTIS, M.R.: Photogrammetry: A powerful tool for geometric analysis of solar concentrators and their components, *Journal of Solar Engineering* 127, S. 94-101, 2005.
- [122] POWELL, M.J.D.: A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations, *Numerical Analysis*, 1978.
- [123] PUTKE, T.; MARK, P.: Fachwerkmodellbildung mit topologischen Optimierungsverfahren, *Stahlbeton- und Spannbetonbau* 109 (9), S. 618-628, 2014.
- [124] QUASCHNING, V.: *Regenerative Energiesysteme: Technologie - Berechnung - Simulation*, Carl Hanser Verlag, 2011.
- [125] RABL, A.: Comparison of Solar Concentrators, *Solar Energy* 18, S. 93-111, 1976.
- [126] RAZANI, R.: Behavior of Fully Stressed Design of Structures and Its Relationship to Minimum-Weight Design, *AIAA Journal* 3(12), S. 2262-2268, 1965.
- [127] RECHENBERG, I.: *Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*, Frommann-Holzboog, Stuttgart, 1973.
- [128] ROOS, D.: Advanced methods of stochastic and optimization in industrial applications, In: Proceedings of the 7th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, 2008.
- [129] SAGMEISTER, B.: Nanodur - ein Hochleistungsbeton für Maschinenbetten, Vortragsband Wangener Maschinentage, 9.-10. Mai, S. 46-56, 2012.
- [130] SALOMONI, A.; MAJORANA, C. E.; GIANNUZZI, G. M.; MILIOZZI, A.; NICOLINI, D.: New Trends in Designing Parabolic Trough Solar Concentrators and Heat Storage Concrete System in Solar Power Plants, *Solar Energy, InTech*, S.267-292, 2010.
- [131] SALTELLI, A.; RATTO, M.; ANDRES, T.; CAMPOLONGO, F.; CARIBONI, J.; GATELLI, D.; SAISANA, M.; TARANTOLA, S.: *Global Sensitivity Analysis: The Primer*, Wiley & Sons, 2008.

- [132] SANIO, D.; AHRENS, M.A.: Identification of relevant but stochastic input parameters for fatigue assessment pre-stressed concrete bridges by monitoring, In: M. Papadrakakis, V. Papadopoulos, G. Stefanou (Hrsg.): Proc. of the 1st International Conference on Uncertainty Quantification in Computational Science and Engineering (UNCECOMP 2015), ECCOMAS Thematic Conference, Kreta, Griechenland, S.1-14, 2015.
- [133] SCHIEL, W.: Kollektorentwicklung für solare Parabolrinnenkraftwerke, Bautechnik 89 (3), S. 182-191, 2012.
- [134] SCHITTKOWSKI, K.: On the convergence of a sequential quadratic programming method with an augmented Lagrangian line search function, Mathematische Optimierungsforschung und Statistik, Ser. Optimization 14, S. 197-216, 1983.
- [135] SCHITTKOWSKI, K.: NLPQL: A FORTRAN subroutine for solving constrained nonlinear programming problems, Annals of operations research 5 (2), S. 485-500, 1986.
- [136] SCHITTKOWSKI, K.: Sequential Quadratic Programming Methods with Distributed and Non-Monoton Line Search, In: 1st Weimar Optimization and Stochastic Days 2004, 2004.
- [137] SCHMIDT, M.; BUNJE, K.; DEHN, F.; DROLL, K.; FEHLING, E.; GREINER, S.; HORVARTH, J.; KLEEN, E.; MÜLLER, C.; REINECK, K.-H.; SCHACHINGER, I.; SCHMIDT, M.; TEICHMANN, M.; TEUTSCH, M.; THIEL, R.; TUE, N. V.: DAfStb-Heft 561: Sachstandsbericht „Ultrahochfester Beton“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Beuth Verlag Berlin, 2008.
- [138] SCHNELL, J.; KOHLMAYER, C.; BAYER, D.; MÜLLER, F.: Werkstoffgerechtes Konstruieren mit Hochleistungsbetonen, Beton- und Stahlbetonbau 108 (6), S.404-413, 2013.
- [139] SCHNELLENBACH-HELD, M.; PRAGER, M.: Mikrobewehrter Ultrahochleistungsbe-
ton - Trag- und Verformungsverhalten, Beton- und Stahlbetonbau 106 (11), S. 770-778,
2011.
- [140] SCHULZE, R.: Strahlenklima der Erde, Steinkopff-Verlag Darmstadt, 1970.
- [141] SCHUMACHER, A.: Optimierung mechanischer Strukturen, Springer-Verlag, 2005.
- [142] SCHWARZ, D.: Auslegung von Blechen mit Sicken (Sickenatlas), Schriftenreihe Nr. 168, Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V. (FAT), Frankfurt am Main, 2002.

- [143] SCHWEIZERHOF, K.: Quasi-Newton Verfahren und Kurvenverfolgungsalgorithmen für die Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme in der Strukturmechanik, Institut für Baustatik, Universität Fridericiana Karlsruhe, 1989.
- [144] SHEN, J.-H.: Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechen und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 432, 1992.
- [145] SHORTIS, M.R.; JOHNSTON, G.H.G.: Photogrammetry: An Available Surface Characterization Tool for Solar Concentrators, Part I: Measurement of Surfaces, Journal of Solar Engineering 118, S. 146-150, 1996.
- [146] SOLAR MILLENNIUM: Die Parabolrinnen-Kraftwerke Andasol 1 bis 3, Eigenveröffentlichung, 2008.
- [147] SPECHT, M.; FOUAD, N. A.: Temperatureinwirkungen auf Betonkastenträgerbrücken durch Klimaeinflüsse, Beton- und Stahlbetonbau 93 (10), S. 281-285, 1998.
- [148] SPIEGEL, M. S.: Einsatz deterministischer Optimierungsverfahren bei der Vorauslegung hochbelasteter Turbomaschinen, Dissertation, Technische Universität München, 1999.
- [149] STRENG, J.: Optimierung von Fachwerkstrukturen durch Neuronale Netze, Dissertation, Universität Stuttgart, 2001.
- [150] TAYLOR, G. I.: The spectrum of turbulence, In: Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences Vol. 164, No. 919, S. 476-490, 1938.
- [151] TETZLAFF, W.: Die praktischen Berechnungen für tonnen- und trogartige Schalen, VEB Verlag Technik Berlin, 1953.
- [152] TIMOSHENKO, S.: Theory of plates and shells, McGraw-Hill New York/Toronto/London, 1959.
- [153] TSCHEMPLANSKI, K.: Versuchsbasierte Ermittlung von Druckbeiwerten für die statische Bemessung von Parabolrinnen, Masterarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 2014.
- [154] VAN DER VEN, KIM; VAN UFFELEN, MARCEL: Zur Ermittlung von Windkräften an Gebäuden mit Windkanaluntersuchungen, Stahlbau 8, S. 637-641, 2004.
- [155] VAN MARCKE, E. H.: Random Fields – Analysis and Synthesis, Dissertation, MIT Press, Cambridge, 1983.

- [156] WACKER, J.: Windkanaltest zur Ermittlung der Windlast auf Stadiondächer, Stahlbau 81 (6), S. 481-485, 2012.
- [157] WEISSBACH, R.: Die abrollende Parabolspiegelrinne, Schutzrecht DE102011011805 A1, 2012.
- [158] WILL, J.; ROOS, D.; RIEDEL, J.; BUCHER, CH.: Robustheitsbewertung in der stochastischen Strukturmechanik, In: NAFEMS Seminar "Use of Stochastics in FEM Analysis", 2003.
- [159] WOLMIR, A. S.: Biegsame Platten und Schalen, VEB Verlag für Bauwesen Berlin, 1962.
- [160] YAMAZAKI, F.; SHINOZUKA, M.; DASGUPTA, G.: Neumann Expansion for Stochastic Finite Element Analysis, Journal of Engineering Mechanics 114 (8), S. 1335-1354, 1988.
- [161] ZICHNER, T.: Temperaturunterschied infolge Witterungseinfluss und Beheizung von massiven Brücken, Bundesminister für Verkehr - Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 212, 1976.
- [162] ZURANSKI, J. A.: Windbelastung von Bauwerken und Konstruktionen, Verlagsgesellschaft Rudolf Müller, Köln-Braunsfeld, 1973.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Patrick Forman

*13. Mai 1983 in Marl

Familienstand: ledig

Nationalität: Deutsch



Schulbildung

08/1989–07/1993 August-Döhr-Grundschule, Marl

08/1993–06/2002 Geschwister-Scholl Gymnasium, Marl
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Wehrersatzdienst

07/2002–04/2003 Paracelsus-Klinik Marl, Zivildienst

Studium

10/2003–06/2010 Diplom-Studiengang Bauingenieurwesen
Ruhr-Universität Bochum

Vertiefungsrichtung: Konstruktiver Ingenieurbau

01/2006–06/2010 Studentische Hilfskraft, Lehrstuhl für Massivbau
Ruhr-Universität Bochum

06/2010 Diplomarbeit: *Numerische Untersuchung zum Einfluss von Faserorientierung und Faserverteilung auf das Last-Verformungsverhalten von Deckensystemen aus Stahlfaserbeton*

Lehrstuhl für Massivbau, Ruhr-Universität Bochum

Beruflicher Werdegang

seit 09/2010 Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Lehrstuhl für Massivbau
Prof. Dr.-Ing. habil. P. Mark, Ruhr-Universität Bochum